



Kolofon

Dato	3. august 2021
Overskrift	Evaluering af TRACK-pilotafrøvningen (Teaching Routines and Content Knowledge)
Finansieret af	TrygFonden
Udarbejde af	VIA University College – Center for Pædagogik og Dannelse/Program for Matematik- og Naturfagsdidaktik TrygFondens Børneforskningscenter (TBC)
Forfattere	Pernille Ladegaard Pedersen (VIA University College) Frede Krøjgaard (VIA University College) Lise Dausen (VIA University College) Lóa Björk Jóelsdóttir (VIA University College) Pernille Bødtker Sunde (VIA University College) Mette Bjerre (VIA University College) Søren Nielsen (TBC) Michael Rosholm (TBC)
Illustrationer	Sara Holm
Udgiver	VIA University College, Ceresbyen 24, 8000 Aarhus C

Indhold

1.0 Sammenfatning	4
2.0 Introduktion	6
3.0 Udvalgte elementer fra Singapores curriculum	7
3.1 Udviklingen i Singapore	7
3.2 De centrale udvalgte elementer fra Singapores curriculum	8
3.2.1 Struktur og progression	8
3.2.2 CPA.....	10
3.2.3 Problemløsning	11
4.0 TRACK-projektets opbygning	14
4.1 DEL 1: Implementering og tilpasning af materialet til dansk kontekst	16
4.2 DEL 2: Evaluering af resultaterne af TRACK-projektet.....	18
4.2.1 Lærerniveau	18
4.2.2 Elevniveau.....	19
4.2 Projektdeltagere.....	20
4.2.1 Organisering af de samarbejdende forskningsinstitutioner.....	20
4.2.2 Deltagende skoler.....	21
4.2.3 Deltagende lærere i både indsats- og kontrolgruppen	21
4.2.4 Deltagende elever i både indsats- og kontrolgruppen	22
5.0 TRACK-projektets intervention/indsats	25
5.1. Lærerkurser	25
5.1.1 Evaluering af de afprøvede elementer af indsatsen	26
5.1.2 Næste faglige emne i indsatsen.....	27
5.1.3 Overordnede fagdidaktisk emne	28
5.2. Undervisningsmaterialer	28
5.2.1 Progression igennem T-Mat	31
5.2.2 Matematikfaglige emner	32
5.2.3 CPA i materialet	33

5.2.4 Problemløsning	36
5.3 Opsamling på indsatsens elementer	38
6.0 Evaluering af TRACK på lærerniveau	39
6.1 Kvantitativ spørgeskemaundersøgelse	41
6.1.1 Analyse af kvantitativ spørgeskemaundersøgelse på lærerniveau.....	41
6.1.3 Slut-surveys vurdering af TRACK i april 2021.....	43
6.1.4 Slut-survey sammenholdt med kontrolskolerne	45
6.1.5 Slut-survey om skolenedlukningerne pga. COVID-19	46
6.1.6 Opsamling af TRACK-projektets indflydelse på lærerniveau på baggrund af spørgeskemaundersøgelse	47
6.2 Kvalitative fokusgruppeinterviews	49
6.2.1 Øget fokus på processen i elevernes arbejde frem for resultaterne samt fokus på forståelsen frem for algoritmer.....	50
6.2.2 Øget fokus på forskellige strategier og didaktiske tilgange, så alle børn er med i undervisningen	51
6.2.3 Øget fokus på visualiseringsstrategier i undervisningen og oversættelser mellem forskellige repræsentationer	52
6.2.4 Opsamling af udviklingen på lærerniveau på baggrund af interviews.....	54
6.3 Resultater af TRACK på lærerniveau	55
7.0 Evaluering af TRACK på elevniveau.....	56
7.1 Forklarende variable i analysen	56
7.1.2 Nationale test i dansk og matematik	56
7.1.3 Socioøkonomiske data	57
7.1.4 Skoletrivsel	57
7.2 Udfaldsmål.....	57
7.3 Statistisk model.....	58
7.4 Resultater af TRACK på elevniveau.....	60
8.0 Diskussion og begrænsning af analyse	64
Litteratur	66

1.0 Sammenfatning

I 2017 blev der bevilget midler af TrygFonden til at starte en pilotafrøvning af Teaching Routines and Content Knowledge (TRACK) i skoleåret 2018-2019. TRACK er målrettet faglig lærerudvikling ind i lærernes egen praksis. Formålet med interventionen har været at støtte lærernes faglige udvikling ved at implementere forskningsbaseret viden ind i fagfaglige emner og didaktisk afprøvede metoder i klasselokalet. Pilotprojektet skal danne grundlag for at lave en ansøgning om et stort lodtrækningsstudie, hvor TRACK skal afprøves, testes og evalueres på mange skoler fordelt i hele Danmark.

I TRACK er der blevet implementeret fagfaglige emner og didaktisk afprøvede metoder ud i danske klasselokaler. De fagfaglige emner og metoder blev valgt med afsæt i forskellige centrale og evidensbaserede elementer fra Singapores curriculum – populært kaldet Singapore Math. Det er dog vigtigt at understrege, at denne fælles betegnelse, Singapore Math, rummer en diversitet af forskellige tiltag og elementer skabt gennem forskellige curriculumreformer, hvilket et overordnet begreb ikke kan indikere. Desuden er et bogsystem udgivet med titlen *Singapore Math* for yderligere at komplicerede billedet. De udvalgte elementer fra det Singaporeanske Curriculum var problemløsning, konsekvent brug af forskellige repræsentationer, herunder blokmodellen, og struktureret progression i fagindhold. Vi bruger derfor ikke betegnelse Singapore Math, da betydningen af betegnelsen er uklar. I stedet har vi valgt at beskrive tiltagene i indsatsen som udvalgte elementer fra Singapores curriculum.

Pilotens intervention omfattede oprindeligt alle matematiklærere og elever i fjerde klasse i skoleåret 2018/19 i Syddjurs Kommune samt de tilknyttede matematikvejledere på skolerne. Piloten blev senere forlænget til at omfatte alle tre skoleår på mellemtrinnet for de pågældende 4. klasser. Pilotafprøvningen blev således afsluttet i juni 2021 efter tre skoleår, således at eleverne, der startede i 4. klasse i 2018, nu har afsluttet 6. klasse i 2021.

TRACK-projektet består af en 3-årig afprøvning af disse elementer på indsatsskolerne i Syddjurs Kommune. Lemvig Kommunes skoler samt to større skoler fra Aarhus og Horsens har deltaget som kontrolskoler i projektet.

Det overordnede projekt indeholder tre dele:

- A. Udvælgelse af tiltag
- B. Implementering og tilpasning til dansk kontekst
- C. Følgeforskning

I denne rapport præsenteres resultaterne af evalueringen, som forskere fra VIA University College og TrygFondens Børneforskningscenter ved Aarhus Universitet har gennemført.

Resultaterne for evalueringen af TRACK viser både udvikling og effekter på lærer- og elevniveau. Hovedresultatet fra evalueringen på lærerniveau viser, at læreren som deltog i TRACK-indsatsen har udviklet et større fokus på processen i elevernes arbejde samt fokus på forståelse frem for at memorere standard algoritmer. Et andet hovedresultat er, at deltagende lærere i indsatsen inddrager visualiseringsstrategier; for eksempel gennem brug af forskellige repræsentationer i undervisningen, samt de har fokus på oversættelser mellem forskellige repræsentationer. Hovedresultaterne på elevniveau er et læringsudbytte særligt inden for de rationale tal og problemløsning.

I forhold til udvikling og tilpasning af de forskellige elementer, som blev udvalgt af forsker-teamet på VIA University College, har sparringen med lærerne omkring materialer og indhold været yderst frugtbart og helt nødvendigt for kvalificeringen af indsatsen, hvis vi får mulighed for at igangsætte lodtrækningsforsøget i 2022. Derudover har vi haft mulighed for at videreudvikle på både lærersurveys og elevtests samt at få afprøvet disse. Denne kvalificering er helt afgørende for, at vi kan sikre gode måleredskaber i forbindelse med en eventuel udvidelse af projektet til et lodtrækningsforsøg.

I denne del af pilotfasen har vi fået bekræftet at projektets aktiviteter og forskellige elementer er velfungerende og adækvate i forhold til at nå projektets mål.

Forankringen af projektet på skolerne i Syddjurs Kommune er styrket markant, idet skolerne har valgt at lade deres 4. og 5. klasser deltage i dette skoleår på linje med den første årgang, som nu går i 6. klasse. Da 4. og 5. klasserne ikke er en del af denne bevilling, har skolerne selv bekostet en del af materialeudgifterne og ønsker at fortsætte næste år på nær en enkelt skole. At hele mellemtrinet på skolerne er engageret i projektet har været med til at sikre den videre forankring af TRACK på skolerne.

2.0 Introduktion

I denne rapport, som er udarbejdet for TrygFonden, præsenteres resultaterne fra projektet TRACK's afprøvning i Syddjurs Kommune.

De sidste evalueringer af danske skoleelevers formåen inden for matematik har vist en nedadgående tendens i faget (Mullis et al., 2020). Endvidere bliver mellem hver tredje og hver fjerde elev i 8. klasse vurderet ikke-uddannelsesparat til den ungdomsuddannelse, som de ønsker at søge ind på efter folkeskolen (Danmarks Evalueringsinstitut, 2018). Disse elever vurderes at mangle de fornødne faglige, personlige og/eller sociale kompetencer til at kunne gennemføre en ungdomsuddannelse. Denne elevgruppe har en betydelig størrelse og udgør således en udfordring set i forhold til den politiske målsætning om, at flest muligt (95 procent af en årgang) skal have en ungdomsuddannelse (Børne- og Undervisningsministeriet, 2017). På trods af den politiske målsætning ser vi flere og flere elever, som ikke opnår de matematiske kompetencer til at kunne gennemføre en ungdomsuddannelse. Det er et problem, som ikke er løst, og en udvikling, som skal vendes.

Formålet med pilotafprøvning af TRACK har været at udvikle lærernes praksis gennem virkningsfulde faglige elementer. Denne udvikling er blevet forankret ind i skolens egne rammer både organisatorisk, professionelt og økonomisk, således at lærernes faglige udvikling bliver skabt i samspil mellem interventionen og egen praksis i klasselokalet. Hvilket betyder, at projektet bliver en integreret del af lærernes faglig viden og professionelle virke i klasselokalet. Der er i projektet blevet udviklet undervisningsmateriale til tre årgange: 4.-6. klasse. Inden for emnet tal og algebra er der i 4. klasse fokus på at introducere eleverne til ikoniske repræsentationer som overgang imellem konkrete materialer og abstrakte repræsentationer. Derudover arbejdes der i 5. klasse med udvikling af begrebsforståelse inden for både geometri (rumfang) og statistik- og sandsynlighed, hvor der er særlig fokus på anvendelse af konkrete materialer og visuelle repræsentationer; ikke mindst gennem en undersøgende tilgang. I 6. klasse er der igen fokus på begrebsudvikling inden for statistik og sandsynlighed, og elevernes introduceres for arbejde med sammenhæng og funktioner med særlig fokus på konkrete situationer fra hverdagen.

Projektet er det første af sin art i Danmark, hvor særlige fagfaglige elementer kendt fra højt præsterende landes curriculum afprøves. Det vil sige, at projektet undersøger udviklingen og betydningen af at udvikle lærernes faglige rutiner i matematikundervisningen, hvor afsættet for denne udvikling er taget i udvalgte elementer fra Singapores curriculum.

3.0 Udvalgte elementer fra Singapores curriculum

I det følgende beskrives udviklingen af det nationale curriculum i Singapore og landets internationale præstationer. Dernæst beskrives de udvalgte elementer fra det singaporeanske curriculum, som i det næste hovedafsnit danner afsættet for den videre udvikling af det konkrete indhold i TRACK-indsatsen.

3.1 Udviklingen i Singapore

Mange asiatiske lande synes at have et højt matematisk niveau sammenlignet med flere europæiske lande, viser internationale undersøgelser. Særligt Singapore har vist en imponerende udvikling af faget i grundskolen. Denne udvikling er særlig bemærkelsesværdig, idet den er gået meget hurtigt. I starten af 1980 lå Singapores generelle matematiske niveau i grundskolen lavt internationalt, men siden har Singapore formået at styrke og udvikle deres elevers matematiske niveau, så landet i dag samlet set er et af de højest præsterende i verden i internationale komparative studier som Program for International Student Assessment (PISA) and Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS). Det er ikke blot gennemsnittet af elever, som klarer sig bedre, faktisk kan man se, at Singapore har færre lavtpræsterende elever og flere højtpræsterende elever end andre lande. Udviklingen har været konstant gennem årene, hvor der er kommet færre og færre lavtpræsterende elever og flere og flere højtpræsterende elever (Mullis et al., 2016, 2020; OECD, 2016, 2019)

Internationale studier, hvor man har afprøvet singaporeanske undervisningsmaterialer og metoder i andre lande end Singapore, har vist, at særligt elever med en lav socioøkonomisk baggrund har gavn af metoderne fra Singapores curriculum (Hall et al., 2016). Desuden har et studie vist, at metoderne synes at reducere kønsforskelle (Reynolds, 2015). Overordnet synes elementerne således at støtte forskellige elevgruppers matematiske udvikling. Ser man på lærerniveau har studier vist, at det særligt har støttet udviklingen af den matematiske forståelse hos lærere med lav matematikfaglig viden (Hoadley, 2010, 2012). Det er interessant set med danske øjne, da der desværre er flere og flere ikke-uddannede lærere og dermed lærere, som ikke er linjefagsuddannede i matematik, der varetager undervisningen i faget i skolerne (Kommunernes Landsforening, 2017).

Samlet set var det derfor relevant at undersøge, hvordan og om en intervention inspireret af elementerne fra de Singaporeanske curriculum kunne udvikle læreres didaktiske metoder og undervisning i en dansk skolepraksis. Det er vigtigt at understrege, at projektet ikke havde som mål at implementere det singaporeanske curriculum én til én. Dette vil naturligvis give meget

lidt mening blandt andet pga. af store kulturelle forskelle mellem de to lande. Det var derimod projektets mål at udvikle den danske praksis gennem inspiration fra centrale elementer, således at de danske matematiklærere kunne træne og udvikle deres metoder med afsæt i deres egen praksis i den danske skolekultur.

3.2 De centrale udvalgte elementer fra Singapores curriculum

Matematikdidaktiske forskere fra VIA University college analyserede gennem litteraturstudier udviklingen, som fandt sted i Singapore, og med afsæt i denne analyse blev der udvalgt tre hovedgreb eller elementer, der blev vurderet som kardinale for den udvikling, der har fundet sted inden for matematikundervisningen i landet de sidste 30 år.

De tre udvalgte elementer fra Singapore Math var: **1) problemløsning, 2) Concret-Pictural-Abstract-sekvens** (en konsekvent brug af forskellige repræsentationer) **3) Struktureret progression** af det matematiske fagindhold. Elementerne blev valgt, fordi vi fandt, at de var centrale for den udvikling, som har fundet sted i Singapore gennem de sidste årtier. De udvalgte elementer har med andre ord være centrale i matematikundervisning og har haft en betydning for ændring af praksisser i undervisningen i Singapore (se appendix til ansøgningen, Review 2016). Som tidligere nævnt, er det vigtigt at understrege, at Singapore Math er et konglomerat af mange forskellige elementer, som stammer fra forskellige didaktiske retninger som for eksempel den ungarske matematiker George Pólyas (Pólya, 1945) model for problemløsning i matematik eller den amerikanske psykolog Jerome Bruners (1966) teorier om brugen af forskellige repræsentationer. Disse forskere er kendte didaktiske forskere, og det unikke er, at de i singaporeansk kontekst blev tolket struktureret ind i udviklingen af deres curriculum. Overordnet kan man derfor ikke tale om et enkelt element eller et samlet program, som kan defineres som Singapore Math, men forskellige tiltag og elementer, som er blevet tolket og struktureret ind i klasselokalerne i Singapore. I det følgende vil de udvalgte elementer blive uddybet.

3.2.1 Struktur og progression

Det første udvalgte element fra Singapores curriculum er karakteriseret ved en eksplicit beskrevet progression, hvor de enkelte emner er beskrevet og brudt ned i konkrete eksempler på det pågældende klassetrin. Det betyder, at der er valgt en interaktion og en progression mellem emner; fx naturlige tal, brøker, decimaler, gennemsnit, ratio, proportionalitet og procent. Disse er skrevet ind i en matematisk faglig matrix, hvor et nyt emne bygger videre på tidligere matematiske emner, som eleverne har gennemgået tidligere, og som peger frem imod, hvad eleverne senere skal lære. Denne proces, hvor ny viden bygger oven på eksisterende viden, giver også en dybere viden om det tidligere indlærte emne. Processen kaldes for en "spiral approach", eller på dansk spiralstruktur (Ministry of Education, Singapore, 2012). Disse tanker er genfundet i mange curriculum teorier hos fx Bruner (1960).

Spiraltænkningen, der gennemsyrrer det singaporeanske curriculum, gør dels at emnerne prioriteres i forhold til hinanden i en rækkefølge, og dels at de forskellige emner er linket eller forbundet til hinanden. Med andre ord skaber den en konceptuel forståelse af de matematisk

begreb gennem det at støtte, at eleverne udvikler et “web of knowledge” (Hiebert & LeFevre, 1986).

Det singaporeanske curriculum dækker et relativt set smallere antal matematiske emner, som til gengæld bliver gennemgået i dybden. For at følge spiralstrukturen er det vigtigere, at eleverne forstår de matematiske ideer i dybden frem for, at de lærer mange forskellige emner mere overfladisk. Det Singaporeanske curriculums færre emner understreger netop, at det tager tid at komme i dybden inden for det enkelte emne, og disse bliver uddybet og danner afsæt for andre matematiske emner senere. I en sammenligning af det singaporeanske og det amerikanske curriculum ses det, at der er cirka 70% til 160% flere emner i det amerikanske curriculum (Ginsburg et al., 2005). En simpel indholdsanalyse af det danske curriculum gennem matematikbøger synes at give det samme resultat, når vi introducerer flere matematiske emner i løbet af skoleår sammenlignet med Singapore. I deres curriculum har de dermed valgt at reducere stoftrængslen på de enkelte trin gennem en faglig vægtning. Begrundelsen for denne vægtning er, at det tager tid at udvikle en konceptuel forståelse, færdigheder og problemløsningsoverblik.

Den gennemtænkte struktur og progression genfindes i matematikbøgerne fra Singapore, som er karakteriseret ved en struktureret brug af illustrationer til at vise matematiske problemstillinger eller begreber (se eksempel i Tabel 1). Illustrationerne er karakteriseret ved at vise flere steps i problemet eller gennem en langsom progression at illustrere komplekse matematiske koncepter (Fan & Zhu, 2007; Ginsburg et al., 2005; Ng & Lee, 2009b). Grundbøgerne er ligesom i Danmark et centralt materiale i undervisningen, men lærerne supplerer selvfølgelig med andre materialer, hvis de finder det relevant.

Tabel 1 Eksempel fra en lærebog fra Singapore, hvor man kan se, hvordan layout og illustrationer er brugt til at vise et matematisk begreb

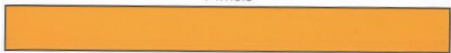
HUNDREDTHS

LESSON 2

IN FOCUS

Look at the shaded parts in each figure.

1 whole



1 tenth



We get 100 parts when we divide each tenth into 10 parts.

?



How do we express 1 part out of 100 parts as a decimal?

LET'S LEARN

1. Divide 1 whole into 100 equal parts.

1 part out of 100 parts is $\frac{1}{100}$.

$\frac{1}{100} = 1$ hundredth
 $= 0.01$

We read 0.01 as zero point zero one.

$\frac{1}{100}$ is 0.01 when written as a decimal.

DECIMALS (1) 10

2. What is the decimal represented by each figure?

(a)



$\frac{8}{100} = 8$ hundredths
 $= 0.08$

(b)



$\frac{10}{100} = 0.1$

3. Express 10 hundredths as a decimal.

10 hundredths



10 hundredths = $\frac{10}{100}$
 $= \frac{1}{10}$
 $= 0.1$
 10 hundredths = 1 tenth

11 CHAPTER 7

3.2.2 CPA

Det andet udvalgte nøgleelement i Singapore-inspireret matematik er en metodisk arbejdsproces, der involverer forskellige former for repræsentationer. I denne proces arbejder eleverne med konkrete materialer og modeller, senere repræsenteret af ikoniske repræsentationer og tegninger, og til sidst arbejder de med abstrakte matematiske symbolske repræsentationer. Dette skaber en overførsel mellem det manipulerende, det ikoniske og de rent abstrakte niveauer (Bruner, 1960, 1966). Bruners oprindelige model blev viderebearbejdet i det singaporeanske curriculum, hvor modellen er blevet betegnet som CPA-modellen (Concret-Pictorial- Abstract). Se Tabel 2.

Tabel 2 Concret-Pictorial-Abstract beskrivelse

C(oncret):	Eleverne anvender konkrete objekter ved arbejdet med problemer og opgaver.	Her skaber eleverne erfaringer gennem arbejdet med konkrete materialer; det kan være papmodeller, centicubes, tændstikker etc.
P(ictorial)	Konkrete objekter er repræsenteret visuelt.	Her arbejdes typisk med forskellige diagrammer eller modeller som fx blok-modellen.
A(bstract)	Den abstrakte repræsentation eller det symbolske trin.	Her omsættes det konkrete og ikoniske til det abstrakte matematiske symbolsprog

Undervisning og læring understøttes af struktureret brug af repræsentationer og undervisningsmaterialer fra starten af matematikundervisningen i grundskolen (6+ år) og til gymnasiet (15+ år).

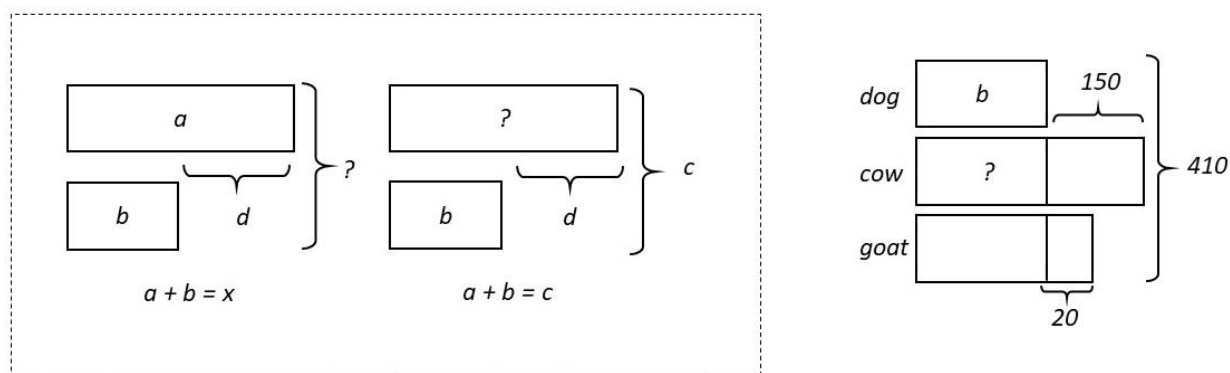
Et vigtigt element i den ikoniske del af arbejdet er brugen af en **blokmodel**, som på engelsk kaldes **bar model** eller **strip diagram** (Figur 1). Modellen bruger billedlige gengivelser af aritmetisk eller symbolsk algebra. Det er et nyttigt problemløsningsværktøj, fordi det er en “visual analogue that captures all the information provided in a word problem – hence providing a global view of the entire problem” (Ng & Lee, 2009b, s. 62) – en visuel analog, der fanger alle de oplysninger, der gives i en tekstopgave – og derved giver et overblik over hele problemet).

Blokmodellen har spillet en vigtig rolle i grundskolens matematikcurriculum i Singapore siden den blev introduceret af Ministry of Education i 1980'erne og er blevet en central repræsentation hele vejen gennem Singapores uddannelsessystem – fra grundskolen og til universitetet (Fan & Zhu, 2007; Foong, 2009; Ng & Lee, 2009b).

Den problemorienterede tilgang til matematikundervisning er en grundlæggende måde at planlægge opgaver og aktiviteter på, og anvendelse af blokmodellen er en god måde at understøtte elevernes ræsonnement under problemløsningsprocessen (Morin et al., 2017; Ng & Lee, 2009b; Sharp & Shih Dennis, 2017).

Det unikke ved denne metode er, at eleverne ikke har brug for viden om symbolsk algebra for at forstå og manipulere vanskelige kvantitative forhold. Metoden er baseret på to former for talrepræsentation: størrelse og forholdet mellem delen og helheden. Det grundlæggende koncept for blokmodellen er, at modellen altid er baseret på et rektangel, der bruges til at repræsentere både kendte og ukendte tal. (Ng & Lee, 2009b, 2009a).

Blok-modellen støtter elevernes læringsproces af abstrakte symbolske matematiske repræsentationer, idet blokmodellen skaber en ikoniske oversættelse, som eleverne kan manipulere og bruge, så de får sat et billede på den abstrakte repræsentation. Metoden udvikler sig også gennem uddannelsessystemet, så den kan bruges til at løse mere og mere komplekse problemer. I praktisk anvendelse i klasseværelset kan blokmodelmetoden yderligere opdeles i mere specifikke metodetyper, såsom del-hel-typen og sammenligningsmodellen (Figur 1) (Ng & Lee, 2009b). Sammenligningsmodellen bruges til at forstå sammenhængen mellem mindst to størrelser. For eksempel kunne denne model bruges i følgende ordproblem: 'En ko vejer 150 kg mere end hunden. En ged vejer 130 kg mindre end koen. Tilsammen vejer de tre dyr 410 kg. Hvad er koens masse?' (Ng & Lee, 2009b, s. 286).

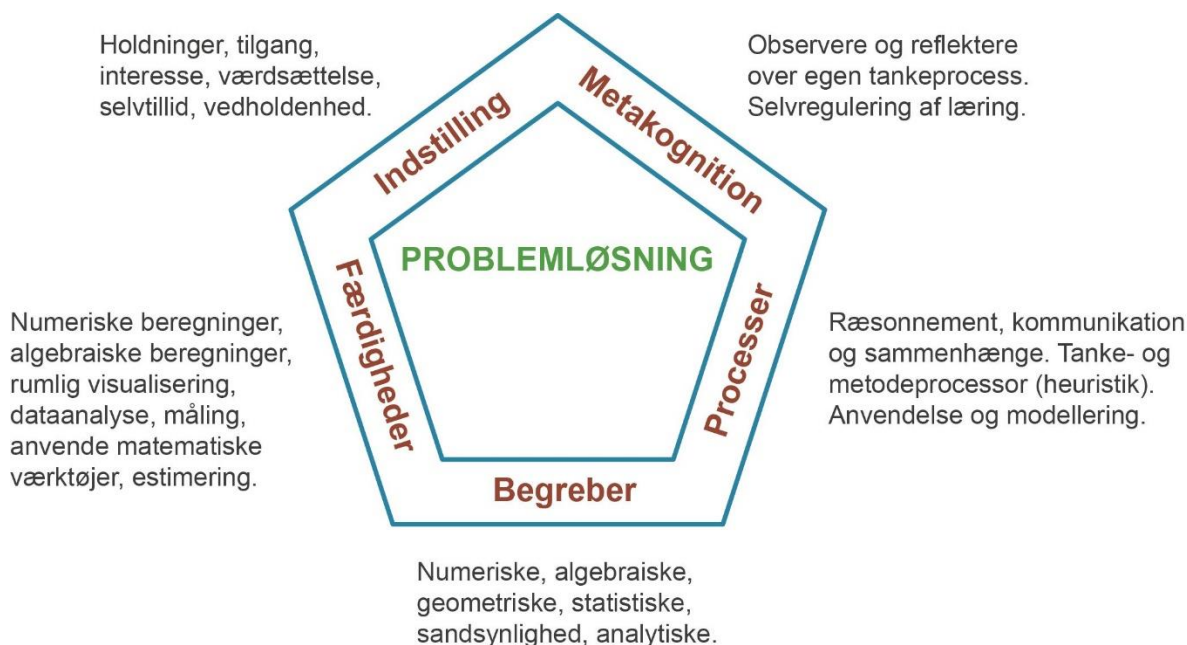


Figur 1 Del-helhed brugt til at vise det matematiske problem (t.v.) og sammenligningsmodellen (t.h.)

3.2.3 Problemløsning

Det sidste udvalgte element fra Singapores curriculum var problemløsning. Gennem 00'erne blev der i Singapore af Ministry of Education introduceret et curriculum med et stærkere fokus på problemløsning for at styrke, udfordre og udvikle elevernes evne til at arbejde med åbne matematiske problemstillinger, der har flere mulige løsninger. Initiativet gjorde problemløsning til et centralt element i det officielle curriculum (Foong, 2009; Ministry of Education Singapore, 2012; Powell, 2014). Problemløsningsprocessen som introduceres i Singapores officielle curriculum er funderet i Polyas model for problemløsning. Modellen for problemløsnings-

processen består af fem elementer: 1) metakognition (metacognition), 2) processor (processes), 3) koncepter (concepts), 4) færdigheder (skills) og 5) forventninger (attitudes). Modellen for processen er vist i Figur 2. Målet for modellen var at skabe en ramme for arbejdet med problemløsning som lærerne i Singapore kunne blive støttet i under deres arbejde med problemløsning. Dette skulle også støtte et mere deltagende læringsmiljø og skabe mere kreativitet i matematikundervisningen (Ministry of Education Singapore, 2012). Vi vil i det følgende uddybe de fem elementer; metakognition, processer, koncepter, færdigheder og forventninger (se Figur 2).



Figur 2 Problemløsningspentagon fra Singapores curriculum

Metakognition beskriver evnen til strukturering af, indblik i og håndtering af ens egen læringsproces. At forstå og metareflektere over ens egne matematiske ræsonnementer støtter elever i at blive opmærksomme på, hvordan de kan kontrollere og arbejde med deres tankeprocesser forbundet til problemløsningsstrategier. For eksempel, hvad gør man, når man ikke kan overskue kompleksiteten af en matematisk problemstilling, hvordan kommer man videre uden at opgive? (Ministry of Education Singapore, 2012).

Processer indeholder flere essentielle koncepter. Først og fremmest er et heuristik koncept styrende. Konceptet beskriver, hvilke overordnede regler der er i forbindelse med håndteringen af et matematisk problem, hvor løsningen ikke er åbenlys. Desuden indeholder processer også ræsonnementer og færdigheder, hvor klassificering og analyse af dele, helheder og mønstre er centralt. Overordnet indeholder processer evnen til at ræsonnere, kommunikere og sammenholde matematiske koncepter, endvidere skal eleven kunne skabe og udvikle matematiske modeller og tænke heuristisk om et matematisk problem (Ministry of Education Singapore, 2012). Det betyder i undervisningen, at læreren skal forsøge at skabe et læringsmiljø, hvor

eleverne bruger forskellige repræsentationer, udvikler kvalificerede forslag og gættemetoder samt skaber fokus på at simplificere problemet gennem forskellige modeller.

Begreber eller koncepter beskriver en overordnet konceptuel forståelse af det matematiske emne og deres forbundenhed. Begreber er ofte grupperet og bliver præsenteret inden for et bestemt matematisk emne; fx algebra, geometri eller problemregning. Det er dog vigtigt, at begreber er forbundet på tværs af matematiske emner – fx kan brøker både ses som et rationalt tal og som en divisionsopgave. Som tidligere nævnt er det derfor centralt, at koncepter bliver forbundet med hinanden. Dermed må læringsprocessen både støtte en forståelse på tværs af begreber og koncepter og udvikle forståelse af dybden af begrebet (Ministry of Education Singapore, 2012). Det er således centralt, at læreren tilrettelægger undervisningen, således at koncepterne bliver gentaget inden for forskellige emner og dermed bliver gentaget på forskellig måde.

Færdigheder i matematik består af en bred vifte af procedurer: algebraisk manipulation, spatial visualisering, dataanalyse, måling, regneoperationer og estimering. Det er centralt, at færdigheder bliver lært med forståelse for, at eleverne forstår de matematiske principper bag de matematiske procedurer (Ministry of Education Singapore, 2012).

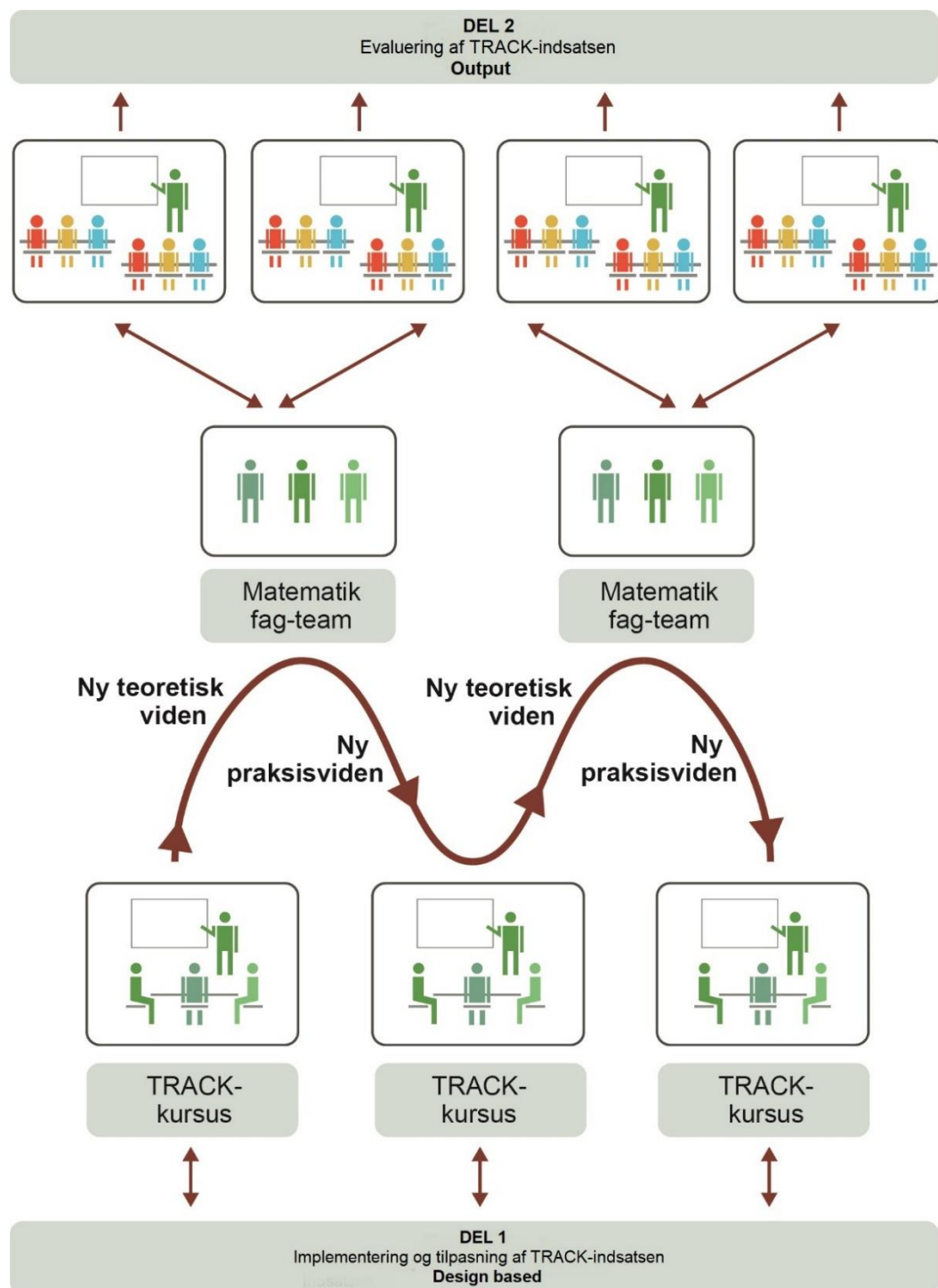
Indstillinger beskriver elevernes interesse, følelsesmæssige forventninger og attitude i forhold til at indgå i en matematisk problemløsningsproces (Fan & Zhu, 2007). Indstillinger refererer dermed til det affektive aspekt i læring: elevens holdning, interesse og selvtillid i forhold til at arbejde med emnet. Lærere må være opmærksomme på dette element i problemløsningsprocessen og samtidig være opmærksomme på at støtte eleven i at opbygge tillid til og tro på egne evner (Ministry of Education Singapore, 2012).

Overordnet er ingen af de ovennævnte elementer fremmede i en dansk kontekst. Særligt arbejdet med problemløsning har været knyttet til undersøgende matematik gennem en årrække (fx Hansen et al., 2020; Skovsmose, 2003). Dog har den overordnede teoretiske ramme og model været en ny måde at støtte og udvikle lærernes undervisningspraksis i dansk kontekst. Særligt sammenhænge og påvirkninger mellem de fem elementer i modellen har været en nøglefaktor i arbejdet med at udvikle både undervisningsmaterialet T-Mat og indholdet på lærerkurser. Indholdet af lærerkurserne vil blive uddybet i afsnit 5.1.

4.0 TRACK-projektets opbygning

I det følgende gennemgås to dele i projektets forskningsdesign: 1) Implementering og tilpasning af principperne til den danske skolekultur (design based research) og 2) Følgeforskning af lærernes eventuelle udvikling af deres praksis samt elevernes faglige udbytte (mixed method). I afsnittet beskrives først hvordan TRACK er implementeret og tilpasset til den danske kontekst. Herefter vil der blive givet en detaljeret gennemgang af forskningsdesignet inklusiv deltagende skoler og deltagere, implementeringsdesign, dataindsamling samt målingsvariabler. Dernæst beskrives deltagerne i det treårige projekt, og afslutningsvis præsenteres konkrete materialer, som er udviklet. Se Figur 3.

Pilotprojektet er baseret på en design-based tilgang forankret i et mixed method forskningsdesign (Creswell & Clark, 2007). Målet med piloten er todelt; dels at få elementerne i indsatsen tilpasset til en dansk kontekst, og dels at evaluere om indsatsen skaber en ændring i lærernes praksis i matematikundervisningen, samt hvilken betydning de eventuelle ændringer har på elevernes faglige udbytte.



Figur 3 Q-modellens forskellige videns-flow samt de to dele

4.1 DEL 1: Implementering og tilpasning af materialet til dansk kontekst

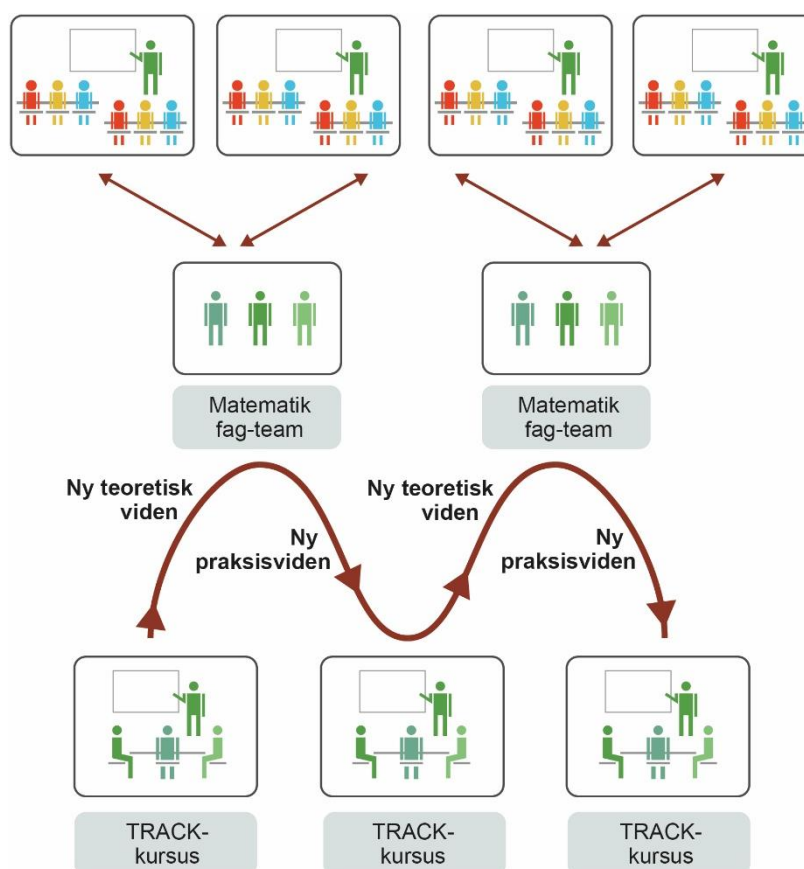
Første del handler om at implementere og tilpasse indsatsen til dansk kontekst. Tilpasningen er central, for at projektet senere eventuelt kan udfoldes i stor skala gennem et større lodtrækningsforsøg – et randomized controlled trial (RCT). For at sikre at tilpasningen fungerer løbende, er der valgt en designed based research tilgang (Kelly, 2004) til denne del af projektet, idet denne tilgang giver mulighed for en løbende implementering og tilpasning af indsatsen. Til at implementere og udvikle projektet til dansk praksis blev projektet bygget på "lærende fællesskaber", hvor lærerne i fagteams opbyggede fælles ny viden, der blev trænet i praksis. Arbejdsmetoden blev udviklet i det såkaldte QUEST-projekt, som udviklede Q-modellen. Denne model bryder med traditionel efteruddannelse, hvor lærere individuelt følger enkeltstående kurser. Q-modellen bygger på faglige fællesskaber, hvor lærerne løbende indarbejder og videreudvikler viden og rutiner i deres praksis på skolerne. Modellen kan ses som et udtryk for en aktionslæring, hvor der veksles mellem afprøvning, evaluering og udvikling gennem en styrende bølgemodel. Det skal sikre, at den nye viden forbliver en del af den organisation, hvor den anvendes og udvikles. Undervisning og træning af lærerne tilrettelægges i en særlig "rytme". Modellen er afprøvet med rigtig gode resultater inden for arbejdet med naturfag (Mogensen et al., 2015; Nielsen et al., 2013). I pilotfasen blev der udviklet aktiviteter og kursusmoduler for indsatsen (se Figur 4). På figuren ses en del af Q-modellen illustreret ved de tre første kursusgange i TRACK og tiden imellem, hvor der undervises hjemme på egen skole. Forskning i udvikling af praksis har netop vist at tryk og træning af nye rutiner er vigtige for, at der finder en egentlig ændring af praksis sted (Wahlgren, 2009). Derfor fik lærerne også tid på kurserne til at forstå og træne i de udvalgte principper og ikke mindst tid til at planlægge og forberede deres undervisning ud fra principperne, så de kunne se og tænke principperne ind i hver deres unikke kontekst i deres eget klasserum.

Aktionslæringselementerne i Q-modellen skabte erfaringer med, hvordan de udvalgte elementerne fra Singapore kunne indgå i forskellige undervisningspraksisser, fagteams og skolekulturer. Mellem kursusmodulerne fik lærerne mulighed for at afprøve principperne ind i deres egen praksis og skolekultur. På det efterfølgende kursusmodul, hvor også underviserne fra VIA University College indgik, blev der samlet op og erfaringsudvekslet. På dette modul blev de udvalgte elementer fra Singapore desuden uddybet og med afsæt i det næste faglige emne; fx division med heltal. Det sidste kursusmodul i 6. klasse havde karakter af afsluttende konference, hvor der var fokus på lærernes fortsatte arbejde. Kursusmodulerne fungerede som introduktion til de nye principper udviklet i de nye materialer og strukturer, mens kurserne samtidig fungerede som et sted hvor principperne og materialerne blev evalueret og tilpasset, så de gav mening ind i en dansk kontekst. Det var den del af pilotprojektet, som blev funderet i et designed based tilgang, som tidligere beskrevet i afsnittet. I et evt. større RCT-projekt vil tilpasningen ikke længere være en del af Q-modellen; fokus vil her være at bruge Q-modellen til at sikre implementeringen af elementerne og dermed sikre en høj fidelitet i projektet. Selve kurserne, der er en del af interventionen eller indsatsen i TRACK, vil blive nærmere beskrevet i afsnit 5.1.

Forskningen, der var knyttet til denne del af projektet, var som nævnt funderet i en designed based research tilgang, hvor kvalitative metoder blev brugt i form af: a) løbende observationer

af dialogen mellem lærerne og underviserne på kursusmodulerne, b) løbende evalueringer gennem padlets (forklares i afsnit 5.1) og c) skriftlig feedback på konkret indhold i de udviklede materialer. Den design based tilgang vil naturligvis ikke være en del af en evt. større udrulning af projektet i et RCT, da indsatsen i kraft af den grundige evaluering og tilretning er designet og tilpasset til den danske skolekontekst. Her vil Q-modellen kun blive brugt som implementeringsmetode af indsatsen.

Det er således målet ved denne del af projektet at sikre implementeringen og tilpasningen af de udvalgte elementer fra Singapores curriculum for derigennem at sikre, at projektet opnår en høj fidelitet. Det vil sige at sikre, at den nye viden, praksisser og arbejdsformer giver mening i dansk kontekst og kan bruges den daglige matematikundervisning. Det kan for eksempel være at tilpasse sværhedsgraden i materialet eller tilpasse øvelser med mulighed for bevægelse, da det i dansk kontekst er et lovkrav, samt naturligvis at sikre, at aktiviteterne er forklaret forståeligt for elever.



Figur 4 Q-modellen og rytmen mellem ny teori og praksis

4.2 DEL 2: Evaluering af resultaterne af TRACK-projektet

Del to af forskningsprojektet er evaluering af, om TRACK skaber en ændring af lærernes praksis. Det er som tidligere nævnt funderet i en mixed method tilgang (Kelly, 2004), som primært skal ses som en sideløbende proces, hvor både kvalitative og kvantitative dataindsamlinger gennem projektet er med til samlet at informere om indsatsens effekt på ændringer i praksis af matematikundervisningen. Fokus i evalueringen af projektet er at undersøge, om TRACK gav mulighed for, at lærerne udviklede deres praksis samt undersøge, om deres eventuelle ændrede undervisningspraksis også betød en ændring i elevernes matematiske forståelse og viden. Evalueringen falder derfor i to niveauer på 1) lærerniveau og 2) elevniveau. Data fra de to niveauer beskrives herunder.

4.2.1 Lærerniveau

Da projektets fokus er på lærerudvikling, er lærerne løbende indgået i evalueringer af projektet med fokus på, om de udvalgte principper skaber genklang og bruges i praksis i undervisningen – og om arbejdet med principperne egentlig har ændret lærernes undervisningspraksis. Data knyttet til denne del har været lærersurveys, som er blevet lavet ved hvert skoleår ved starten og afslutningen af året. Desuden indgår data fra kvalitative fokusinterviews af de deltagende lærere. Se afsnit 6.1. De rundsendte elektroniske surveys har selvfølgelig karakter af en kvantitativ tilgang til data, men da projektet er en pilot, og derfor ikke har et omfang på lærerniveau, der kan indbefatte større kvantitative analyser pga. det begrænsede antal deltagende lærere, skal disse data ses som en indikation af udviklingen på lærerniveau. De kvalitative fokusgruppeinterviews, som indgår i evalueringen af lærernes ændrede praksis, er primært bundet op på kvalitative interviews foretaget før opstart af projektet i august 2018 og igen i oktober 2020. Se afsnit 6.2. Desuden er der løbende foretaget observationer af lærernes praksis i klasselokalerne¹.

Lærer-surveys eller spørgeskemaer, som blev rundsendt, havde til formål at følge og dokumentere lærernes fagfaglige og didaktiske udvikling gennem projektet. Surveysne var opbygget med afsæt i Guskeys fem evalueringsniveauer:

1. Participants' Reactions
2. Participants' Learning
3. Organization Support and Change
4. Participants' Use of New Knowledge and Skills
5. Student learning outcome (Guskey, 2002)

Da Guskeys punkt 4 og 5 forudsætter, at interventionen har fundet sted, kunne det indledende spørgeskema ikke opbygges direkte efter de fem evalueringsniveauer, men det var alligevel struktureret i fem lignende niveauer. Desuden omhandlede spørgeskemaet også lærernes uddannelsesbaggrund og erfaring. I store dele af surveyet bruges indeksskonstruktion for at opnå høj validitet og reliabilitet (Petersen, 2010). Surveyet indeholder refleksive indikatorer for at indfange nuancerne af en eventuel udvikling. Surveyet er desuden struktureret med udsagn som "vender samme vej" og "vendt omvendt". At udsagnene "vender samme vej" vil sige, at

¹ Disse observationer blev foretaget af lærerstuderende og er løbende informeret ind under projektet.

høj grad af enighed “betyder det samme”. Mens udsagnene, som er “vendt”, betyder, at lærerne skal vurdere og svare på disse udsagn med en høj grad af uenighed for, at de indikerer den samme tendens som de andre udsagn, der ikke er blevet “vendt” – og dermed kan både de “vendte” og “ikke vendte” udsagn vise den samme eventuelle holdning eller udvikling. Dette er gjort, da respondenter er tilbøjelige til at erklære sig enige i udsagn, hvilket giver validitetsproblemer (Petersen, 2010).

Fokusgruppeinterviews

Der er foretaget fokusgruppeinterviews før projektets start i august 2018, og disse blev fulgt op af fokusgruppeinterviews foretaget i det sidste skoleår i TRACK-indsatsen i 6. klasse.

Fokusgruppeinterview er valgt som interviewform, da der indgår flere respondenter i interviewet samtidigt. Fordelene er, at når der indgår flere lærere i interviewet, vil deres indbyrdes interaktionen i gruppen skabe en fælles konstruktion af vurdering og ytringer (Brinkmann, 2014; Kvale & Brinkmann, 2015). Interaktionen vil derfor kunne fx afdække fælles normer om, hvad god undervisning er. I denne interviewform er det særligt vigtigt, at interviewer styrer samtalen, så den ikke ender i uhøjtidelig lærerværelsesnak, eller at en lærer fører ordet for alle – hvorved fordelene ved denne interviewform forsvinder.

Interview-guiden, som blev brugt, blev udviklet i samarbejde mellem forskere på VIA University College, og guiden blev struktureret ud fra de forskellige vidensformer knyttet til lærerprofessionen med afsæt i henholdsvis Ball m.fl.'s (2008) og Shulmans (1986) teoretiske ramme for de forskellige typer af viden en lærer besidder, og vi ønsker dermed at følge, hvordan lærernes forskellige vidensformer udvikles gennem projektet. Projektet har fokus lagt særligt på a) hvordan lærernes fagfaglige matematiske viden (Subject Matter Knowledge) udvikles og på b) hvordan lærernes pædagogiske viden om undervisningen tilrettelægges udvikles (Pedagogical Content Knowledge).

4.2.2 Elevniveau

Sideløbende med at lærernes udvikling af praksis blev fulgt, blev elevernes matematiske udvikling gennem de tre år også fulgt gennem løbende faglige test. De faglige test vil blive uddybende beskrevet i afsnit 7.2. Data fra disse test er naturligvis funderet i en kvantitativ tilgang. For at kunne dokumentere projektets mulige effekt på elevniveau, blev der lavet aftaler med skolerne i Lemvig Kommune og to større skoler i hhv. Horsens og Aarhus om at lade deres 4. klasser indgå i projektet som kontrolgruppe. Udvælgelsen af, hvilke skoler som deltager i hhv. kontrol- og indsatsgruppen, vil normalt ske med afsæt i en stratificering eller randomisering af skolerne. Idet dette er en pilotafrøvning, og det var aftalt, at den ene kommunes skoler skulle deltage som indsatsgruppe og den anden kommune skulle deltage som kontrolgruppe, er der ikke foretaget denne stratificering eller randomisering, som normalt vil være foretaget i et større RCT-forsøg. Denne begrænsning giver naturligvis nogle udfordringer, når indsats- og kontrolgruppen sammenlignes, hvorfor resultaterne skal tages med forbehold. Dette vil blive beskrevet nærmere i af rapporteringen af resultaterne på elevniveau i afsnit 7.4. Målet med denne del af evalueringen er at vurdere, om lærernes ændringer af praksis betyder noget for elevernes udbytte af undervisningen.

Elevernes resultater fra de nationale test i matematik i 3. klasse fungerer som baggrundsvariabler i projektet. (Se afsnit 4.2.4) Mens resultaterne fra de nationale test i matematik i 6. klasse forventes at indgå som overordnede udfaldsmål i projektet. Disse test er blevet forsinket grundet COVID-19, og elevresultaterne vil først blive mulige at trække tidligst i januar 2022. De nationale test skal bruges til at evaluere indsatsen inden for de tre profilområder: 1) tal og algebra, 2) geometri og 3) sandsynlighed og statistik. Det bør dog nævnes, at de nationale tests målsikkerhed er blevet kritiseret på elevniveau (Bundsgaard & Kreiner, 2019), men da projektet bruger dem til en overordnet evaluering på indsats- og kontrolgruppeniveau, vil målsikkerheden på elevniveau ikke være et problem.

For at sikre en yderligere evalueringen af elevernes udvikling blev der i forbindelse med projektet også udviklet elevtest, der skulle følge udviklingen på elevniveau. De er udviklet med afsæt i de teoretiske afsæt i Curriculum Based Measurement (Christ et al., 2008; Deno, 2003; Fuchs & Deno, 1994). Testen blev afholdt i starten og slutningen af hvert skoleår. Det skete, for at vi løbende kunne følge elevernes udvikling tæt gennem de enkelte år for at kunne opdage eventuelle udsving samt for at få detaljeret information om specifikke fagområder. Dette er nærmere beskrevet i sidste del af rapporten, hvor elevernes resultater vil blive afrapporteret. Testene er blevet tilpasset elevernes stigende faglige niveau, således at både loft- og gulv-effekt undgås. (Se afsnit 7.2 for yderligere uddybning af evalueringen foretaget af disse test).

4.2 Projektdeltagere

Deltagerne i TRACK-pilotprojektet vil kort blive beskrevet i nedenstående afsnit. Først vil de forskellige samarbejdende forskningsinstitutioners rolle og funktion i projektet blive beskrevet. Herefter præsenteres de deltagende skoler, lærere og elever.

4.2.1 Organisering af de samarbejdende forskningsinstitutioner

De data, som indgår i afrapporteringen, er som nævnt ovenfor mangfoldige og informerer hver på deres måde den samlede evaluering af projektet. Det er tilstræbt, at der var en gruppe forskere, der arbejdede med tilpasning og evaluering af indsatserne gennem den beskrevne design based research tilgang, mens en anden gruppe forskere primært stod for den overordnede evaluering af projektets indflydelse på lærernes praksis og denne ændrings mulige betydning for elevernes udbytte af matematik. TrygFondens Børneforskningscenter (TBC) har stået for den eksterne evaluering af elevudbyttet i pilotprojektet med hjælp fra forskere på VIA University College (VIA). Projektets begrænsede størrelse gjorde, at der var forskere, som skiftede mellem udvikling af projektet og evaluering af dette; dog var der forskere, der kun varetog evalueringsdelen – også på VIA – for at håndhæve et armslængdeprincip. Desuden var der i projektet tilknyttet en ekstern forskergruppe fra Helsinki Universitet med professor Pirjo Aunio som ansvarshavende, hvis primære rolle i projektet var at evaluere de udviklede matematiktests reliabilitet og validitet.

Med andre ord var det en gruppe forskere fra VIA, der stod for udviklingen af TRACK-indsatsen (VIA), en anden gruppe forskere stod for evaluering af testenes nøjagtighed (Helsinki Universitet), og en tredje gruppe forskere stod for evalueringen af indsatsens resultater (VIA og TBC).

Der var enkelte forskere, der pga. projektets omfang og ændringer i medarbejderstaben på VIA blev nødt til at indgå både i udvikling og evalueringsdelen – men i alle grupper var der forskere, der kun var tilknyttet én funktion i projektet; enten a) udvikling af indsats, b) evaluering af projektets resultater og c) evaluering af test.

4.2.2 Deltagende skoler

Indsatsskolerne var alle skoler fra den samme kommune, hvilket muliggjorde en bred variation af deltagende skoler inden for kommunen (skolestørrelse på min. 285 elever og maks. 805). I alt deltog 11 skoler i indsatsgruppen, hvoraf en skole var mindre privatskole, der lå i indsatskommunen. Der indgik også alle skoler fra en kommune i kontrolgruppen, men da denne kommune kun havde mindre skoler med maks. 584 elever, og der kun var syv skoler i kommunen, valgte vi også at få to større skoler fra to andre kommuner til at deltage (Horsens og Aarhus), således at også kontrolgruppen bestod af skoler med en vis størrelse. Den gennemsnitlige skolestørrelse blev derfor på 316 elever i indsatsgruppen, men de var 369 elever i kontrolskolerne.

Som nævnt er dette et pilotstudie, og derfor er der ikke blevet foretaget en egentlig stratificering før projektstart, men når de deltagende indsatskontrolskoler sammenlignes, fremgår det, at skolerne er forholdsvis ens når det gælder karaktergennemsnit ved den afsluttende 9. klasses eksamen, fravær, trivsel og antallet af undervisningstimer (Styrelsen for It og Læring, 2019). Det underbygges af, at Danmarks skoler generelt er karakteriseret af en stor homogenitet, hvilket betyder, at danske skoler i høj grad præsterer på samme faglige niveau (Epinion, 2020). For eksempel er der i begge grupper en gennemsnitlig kompetencedækning af timerne på skolerne på over 90 procent på begge skoler i begge grupper, hvilket vil sige, at lærerne med ansvar for timerne har undervisningskompetence inden for faget, og oftest vil det betyde, at det er linjefagsuddannede lærere, der varetager undervisningen (Styrelsen for It og Læring, 2019). Det betyder dog ikke, at der ikke kan være forskelle i elevgrundlaget i de to grupper, hvilket vil blive beskrevet i et af de følgende afsnit.

4.2.3 Deltagende lærere i både indsats- og kontrolgruppen

Generelt er det erfarne lærere, der deltager i undersøgelserne. Der er flere kvinder end mænd, og en del er uddannede matematikvejledere. Se Tabel 3.

Gennem de tre skoleår har der været en naturlig udskiftning af lærere, som er tilknyttet klasserne, og dermed også en naturlig udskiftning af lærere i projektet. Lærerskiftene kan fx skyldes lærere, som skal på barsel eller skifter job.

Tabel 3 Oversigt over de deltagende lærer gennem de tre år

	<u>4. klasse</u>		<u>5. klasse</u>		<u>6. klasse</u>	
	TRACK	Kontrol	TRACK	Kontrol	TRACK	Kontrol
Lærere	19	15	23	6	23	15
Vejleder	13	9	13	1	13	9
Vejleder/lærer	2	-	1	-	2	-

Note: Informationerne fra kontrolgruppen var mangelfuld gennem de tre år, da der var en lavere svarprocent i lærer-surveyet fra denne gruppe.

De 13 matematikvejledere var de samme gennem alle tre skoleår, mens cirka 10 lærere var gennemgående i alle tre år. Matematikvejlederne har haft en særlig rolle for at skabe forankring af projektet og give viden videre til nye deltagende lærere. Som det fremgår blev kontrolgruppen kraftigt reduceret i skoleåret 2019/2020 på 5. klassetrin, idet der var usikkerhed ved starten af skoleåret om udvidelsen af pilotprojektets afprøvning fra et til tre år. Kontrolgruppens størrelse blev dog genskabt i 6. klasse.

På alle skoler var der et fagteamsamarbejde samt mindst én matematikvejleder på skolen, gennemsnittet for erhvervserfaringen for de deltagende lærer var over 10 år, og kønsfordelingen var cirka en tredjedel mandlige og to tredjedel kvindelige lærere.

4.2.4 Deltagende elever i både indsats- og kontrolgruppen

De deltagende elever i indsats- og kontrolgruppen adskiller sig på flere baggrundsparameter, hvilket er logisk, idet vi som tidligere nævnt ikke har foretaget en randomisering, men har valgt at en hel kommunes skoler skulle deltage som en indsatsgruppe, mens kontrolgruppen var en anden kommune samt to større byskoler fra andre kommuner. Derfor skal disse faktorer naturligvis indgå i de statistiske analyser af effekten af indsatsen.

Ser vi på forskellen i det faglige niveau ved projektets start, ses en signifikant forskel i elevernes faglige niveau inden for *aritmetik* (før-testen), hvor kontrolgruppen er næsten syv point bedre end indsatsgruppen. Den samme forskel ses inden for profilområdet *tal og algebra* i de nationale tests taget i 3. klasse. Det fremgår således, at kontrolgruppens faglige niveau inden for *tal og aritmetik* er højere end indsatsgruppen ved projektets start.

Ser vi på profilområdet i *afkodning* i de nationale test i dansk, ser vi også en signifikant forskel, hvor kontrolgruppen klarer sig lidt bedre en indsatsgruppens elever. Der er signifikant mere ulovligt fravær i indsatsgruppen; til gengæld er der signifikant mere lovligt fravær iblandt kontrolgruppens elever. De overordnede trivselsmål i 3. klasse viser desuden, at der generelt er en større trivsel hos eleverne i kontrolgruppen. Se Tabel 4.

Tabel 4 Deskriptiv statistik af forskelle på elevernes baggrund i de to grupper baseret på deres faglige niveau, trivsel i skolen samt fravær

	TRACK-gruppe		Kontrol-gruppe		Forskel
	Gns.	Std. afv.	Gns.	Std. afv.	
Matematiktest efteråret 4.klasse					
Algebra (point)	23,27	(16,01)	24,48	(16,77)	-1,20
Aritmetik (point)	24,76	(16,55)	31,64	(19,06)	-6,89 *
Brøker (point)	21,12	(12,18)	21,75	(12,79)	-0,63
Problemregning (point)	39,64	(22,15)	39,77	(21,52)	-0,14
Nationale matematik test i 3. klasse					
Tal og algebra (std.)	-0,05	(0,90)	0,32	(0,99)	-0,37 *
Geometri (std.)	0,13	(0,98)	0,17	(0,91)	-0,05
Statistik og sandsynlighed (std.)	0,07	(1,00)	0,16	(0,86)	-0,09
Nationale dansk test i 2. klasse					
Sprogforståelse (std.)	0,04	(0,90)	0,08	(0,79)	-0,04
Afkodning (std.)	-0,02	(0,98)	0,15	(0,86)	- 0,17 *
Tekstforståelse (std.)	0,06	(0,89)	0,18	(0,81)	-0,13
Fravær i 3. klasse					
Sygdom (procent)	2,67	(2,82)	2,62	(2,95)	0,06
Ulovlig (procent)	0,71	(1,58)	0,19	(0,75)	0,52 *
Lovlig (procent)	1,45	(2,20)	1,85	(2,09)	-0,40 *
Trivsel					
Social trivsel (std.)	0,04	(0,90)	0,08	(0,79)	-0,04 *
Faglig trivsel (std.)	-0,02	(0,98)	0,15	(0,86)	-0,17 *
Støtte og inspiration (std.)	0,06	(0,89)	0,18	(0,81)	-0,13 *
Ro og orden (std.)	-0,02	(0,14)	0,07	(0,10)	-0,88 *
Observationer	430		294		724

Note: *) angiver de signifikante forskelle mellem de to grupper. Signifikansniveau sat til $p < 0,05$

Hvis vi ser på elevernes baggrundsoplysninger, fremgår det, at der er en signifikant forskel i antallet af elever med psykiske diagnoser, hvor der er lidt flere elever i indsatsgruppen, der har en diagnose. Se Tabel 5. Desuden er farens lønindkomst signifikant højere i kontrolgruppen sammenlignet med indsatsgruppen; i gennemsnit tjener fædrene i kontrolgruppen 43.000 kr. mere om året end indsatsgruppen.

Det må således antages, at det økonomiske råderum eller sikkerhed i kontrolgruppen er større end i indsatsgruppen, hvilket underbygges af, at morens lønindkomst også er cirka 23.000 kr. højere om året i kontrolgruppen. Denne forskel er dog ikke signifikant, men det indikerer et større økonomisk råderum og overskud i kontrolgruppen.

Tabel 5 Deskriptiv statistik af forskelle på elevernes baggrund i de to grupper baseret på deres faglige niveau, trivsel i skolen samt fravær

	TRACK-gruppe		Kontrol-gruppe		Forskel
	Gns.	Std. afv.	Gns.	Std. afv.	
Elevernes baggrundsinformation					
Køn (dreng)	0,48	(0,50)	0,49	(0,50)	-0,01
Vestlig oprindelse	0,01	(0,12)	0,02	(0,14)	-0,01
Ikke-vestlig oprindelse	0,06	(0,24)	0,04	(0,21)	0,02
Bosiddende med begge forældre	0,73	(0,45)	0,80	(0,40)	-0,074
Antal flytninger	1,00	(1,29)	0,90	(1,22)	0,11
Gået en klasse om	0,06	(0,24)	0,13	(0,34)	-0,07
Modtager specialundervisning i 3. klasse	0,03	(0,17)	0,01	(0,10)	0,02
Ordblind	0,18	(0,39)	0,15	(0,36)	0,03
Psykiatrisk diagnose	0,07	(0,26)	0,03	(0,16)	0,04 *
Morens baggrundsinformation					
Alder ved fødslen (år)	30,74	(5,09)	30,35	(4,32)	0,39 *
Lønindkomst (1000 DKK)	264,41	(166,92)	288,36	(181,58)	-23,94
Beskæftiget i januar (2017)	0,72	(0,49)	0,77	(0,42)	-0,05
Gymnasium eller lavere	0,18	(0,38)	0,14	(0,34)	0,04
Farens baggrundsinformation					
Alder ved fødslen (år)	33,38	(5,81)	32,71	(4,93)	0,67
Lønindkomst (1000 DKK)	388,07	(267,63)	431,15	(242,38)	-43,07 *
Beskæftiget i januar (2017)	0,84	(0,37)	0,88	(0,32)	-0,04
Gymnasium eller lavere	0,21	(0,41)	0,18	(0,39)	0,03
Observationer	430		294		724

Note: *) angiver de signifikante forskelle mellem de to grupper. Signifikansniveau sat til $p < 0,05$

5.0 TRACK-projektets intervention/indsats

Målet for pilot-afprøvningen af TRACK var at udvikle lærernes praksis gennem principperne fra det singaporeanske curriculum. Som beskrevet blev implementeringen af disse principper stilladseret gennem Q-modellen. Selve interventionens eller indsatsens indhold kan beskrives som formidlet indhold, og materialer på kurserne i Q-modellen og de udviklede eksemplariske undervisningsmaterialer var udviklet til konkret brug i klasserne. Kurserne var med til at støtte lærerne i deres forståelse af principperne samt planlægningen, men de udviklede materialer skulle sikre, at principperne blev brugt i lærernes praksis ude i klasselokalet. Dette har ofte været et problem i andre projekter, idet forskningen har vist, at kurser til lærere ofte får meget lille betydning for, hvad der foregår i klasselokalet, idet lærerne fortsætter med at bruge/udøve de praksisser og rutiner, de er trygge ved, og som de er vant til at bruge. De udviklede materialer skulle derfor være med til at støtte, at de nye principper også betød, at der fandt en ændring af praksis sted i klasselokalet. De udvalgte elementer a) struktur/progression, b) CPA og c) problemløsning er omsat i undervisningsmaterialerne (T-Mat) tilknyttet projektet. Dette gav netop mulighed for, at lærerne kunne starte med at tilegne sig nye arbejdsrutiner og undervisningsmetoder med allerede eksemplarisk tilrettelagte undervisningsmaterialer. T-Mat materialet bestod af fire eksemplariske emner hvert skoleår. De følgende afsnit beskriver indholdet af TRACK-indsatsen på lærerkurserne og det udviklede undervisningsmateriale. Det skal understreges, at indholdet på kurserne og i materialet naturligvis er to sider af samme sag. Lærerkurserne skal ses som en større teoretisk indføring af metoder om tankerne bag elementerne fra Singapore, mens undervisningsmaterialet er eksempler på, hvordan dette kan føres ud i praksis. Desuden fungerede kurserne i pilotfasen som et centralt element i tilpasning og evaluering af de udviklede materialer og var derfor centrale i Del 1 i forskningsdesignet, som var baseret i en design based research tilgang.

5.1. Lærerkurser

Kurserne i Q-modellen var for gruppen af lærere bestående af matematiklærere på én årgang på alle skoler i Syddjurs Kommune. Det var primært matematiklærerne, som var tilknyttet de elever, vi fulgte fra fjerde til sjette klasse. Forud for hvert af de fire eksemplariske emner i T-MAT-materialet blev der afholdt et kursus. Hver kursusgang bestod af en evaluering af forrige emner, gennemgang af kommende emne og et bredere didaktisk emne. Kurserne havde altså et tredelt formål, både som evaluering, tilpasning af afprøvet materiale, implementering og opkvalificering af lærerne. Da de deltagende lærerne var meget positive over for det udviklede T-Mat-materiale og derfor gerne ville bruge det på efterfølgende årgange på mellemtrinnet, blev der også afholdt kurser for lærerne på de næste to årgange. Dog var der lidt færre kursusgange, mindre fokus på evaluering og tilpasning af materialer og mere fokus på imple-

menteringen af det matematikfaglige indhold og progression. Indholdet af kurserne blev tilpasset, så det blev optimeret i forhold til kurser i en eventuel fremtidig udrulning af projektet i større skala.

padlet

padlet.com/user_1412680726/j42mir32bez6

Opsamling/Evaluering TRACK efter første forløb i femte

Erfaringer fra praksis

LÓA BJÖRK JOELSDÓTTIR 3. OKT 2018, 12.38

Hvad har I oplevet som godt?

Minusmetoder - at huske at bruge talforståelsen
Gangemetoder

Genopfrisket blokmodeller.

Smart minus

Tælletræer var godt, men det var for kort, så vi arbejde videre med dem

Opgaver bedre/sværere fordi eleverne blev "tvunget" til at bruge blokmodellen.

Eleverne kender materialet (formen, opstilling) fra sidste år

Eleverne kender materialet, og godt med genopfriskning af blokmodeller

Genkendelighed

Gange-smart giver gode snakke

Mere realistisk mængde af materialer/opgaver i år

lægger op til gode klassesamtaler - det virker

Alle spillene. Genkendelighed i materialet. Det har været let at gå til som underviser. Gode "vi udforsker". Dog svært for vikar at bruge materialet.

Opgave side 42 giver gode snakke mellem eleverne

side 44 var rigtig gode opgaver, der fik eleverne til at have svært ved at ligge bogen væk

Numbering talk er rigtig godt. Blank tavle, et regnestykke og på hvor mange måder kan hver enkelt elev lave dem

Decimaltal var rigtig godt, med noget visuelt som skal farves

Forslag til videreudvikling og kvalificering (egen undervisning, rammesætning, materialet...)

Minus med decimaltal, tallinje er godt, men felterne der skal farves er svær med minus

Videreudvikling af spillet på side 42, konkurrenceelementet kan få nogle til at miste refleksioner

Det var lidt svært at følge den røde tråd i hele forløbet.

Nogle sider omkring blokmodeller i starten. Hvad er hvad når man tegner en blokmodel. Eleverne har svært ved at huske hvordan de bruger blokmodellerne.

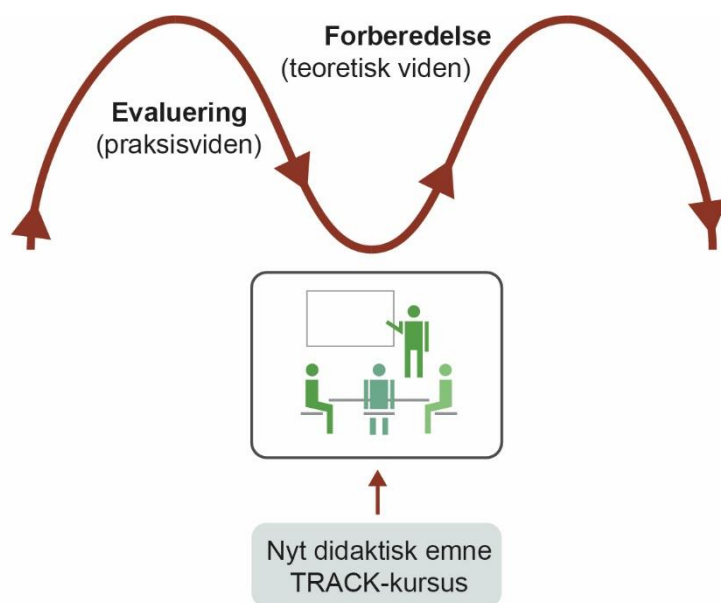
Mere om regning med decimaltal

Figur 5 Eksempel på padlet

5.1.1 Evaluering af de afprøvede elementer af indsatsen

Hvert kursus startede med en kort samtale om forrige emne eller forløb og hvor langt hver klasse var nået. Derefter sad lærerne i mindre grupper og diskuterede, hvilke elementer fra forløbet der har givet et positivt udbytte for eleverne, og de udfordringer lærerne har mødt, hvorefter de udfyldte et padlet (spørgeskema format online) med spørgsmålene "Hvad har I

oplevelset som godt?”, “Forslag til videreudvikling og kvalificering (egen undervisning, rammesætning, materialet...)”, og “Hvor møder eleverne de største udfordringer (matematikfagligt)?” (Se Figur 6). Nogle gange var der ekstra spørgsmål; for eksempel da vi lavede evalueringsmaterialet om og under corona-nedlukning. Efter padletten var udfyldt, havde vi debat i plenum om emnet. Her blev både nævnt konkrete fejl, som skulle rettes i materialet, men der var også plads til debat om emnet, hvad skal der bygges videre på, hvordan var sammenhængen med tidligere emner, var der en for skarp overgang, eller var kontinuiteten tydelig. Dette var netop for at få strukturerne og progressionen mellem de matematiske emner i fokus, som var et af de udvalgte elementer. Således var denne evaluering en stor del af at implementere elementerne fra Singapores curriculum i en dansk kontekst, som danske lærere og elever kunne se mening i og gøre brug af. Lærerne udfyldte selv rettelser til tegninger og opgaver i en “rettebog”, som altid var med på kursusdagene. Men kurserne fungerede også som implementering af indsatsen, så ny viden om de udvalgte elementer fra Singapores curriculum blev introduceret og udfoldet i nye faglige kontekster.



Figur 6 Udsnit af vidensflow i Q-modellen

5.1.2 Næste faglige emne i indsatsen

Efter evalueringen blev det faglige indhold af næste emne gennemgået. Her var fokus på det matematik-faglige, såsom “hvordan dividerer man egentlig med en brøk?” Men der var også fokus på, hvilke dele af emnet er svære for elever, hvordan er sammenhængen til forrige emne og andre tidligere emner, og hvad danner dette emne grundlag for, som eleverne skal lære senere hen? Det var centralt, da et af elementerne, der var udvalgt som særlig vigtigt fra Singapores curriculum, netop var at sikre den sammenhængende progression både inden for det matematiske emne og mellem emnerne for derved at støtte elevernes udvikling af deres konceptuelle forståelse af de matematiske begreber med andre – dvs. at opbygge et *web of knowledge* (Hiebert & LeFevre, 1986).

5.1.3 Overordnede fagdidaktisk emne

Som den tredje del indeholdt hvert kursus et fagdidaktisk emne med relevans for lærerne og TRACK. Emnerne skulle gøre lærerne klogere på tankerne bag de udvalgte elementer fra Singapores curriculum og være med til at overføre dele af dette til dansk kontekst. Emnerne var for eksempel "elevers metakognition og holdning til faget", som er en del af den beskrevne pentagon knyttet til problemløsning fra Singapores curriculum (se eventuel problemløsningspentagonet i Figur 2 på side 12). Et udsnit af de overordnede emner var: grundtanker i Singapore modellen, elevers metakognition og holdning til faget, ræsonnement og konceptsammenhænge, sammenhænge mellem færdigheder og forståelse, matematiske pointer og faglige sammenhænge samt problemløsning. Nogle af emnerne blev taget op flere gange.

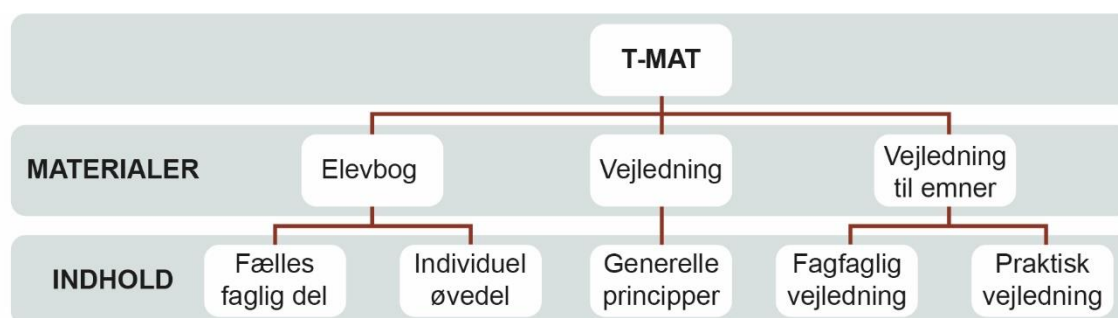
Alt i alt var kurserne en central del af projektet, dels fordi de medierede og tilpassede principperne til at passe ind i en dansk skolekultur gennem evaluering, dels fordi de introducerede udvalgte elementer og planlægning af undervisningen med afsæt i disse principper. De udviklede materialer var med til at understøtte, at disse principper kunne udføres i praksis, idet de gav lærerne en indsigt i praksisnære eksempler. Det ville have været vanskeligt, hvis de selv skulle til at lave mange nye materialer, hvor fx blokmodellen blev brugt, da den ikke bliver anvendt i det traditionelle danske curriculum. Undervisningsmaterialerne fungerede dermed som både en måde at forklare og anskueliggøre på kurserne, hvordan principperne kunne bruges i praksis samtidig med, at de støttede, at principperne også blev brugt i praksis ude i matematikundervisningen, da det var muligt at kunne arbejde med elementerne uden et ekstra forbrug af forberedelsestimer.

5.2. Undervisningsmaterialer

Der er i pilotfasen udviklet undervisningsmaterialer til fjerde, femte og sjette klasse, lærervejledning, kopiark og digitale filer. Hver bog er inddelt i et antal forløb med problemløsning til sidst i hvert forløb. Hvert forløb er opdelt i 3 til 5 kortere moduler, som alle har både en fælles del med klassesamtaler, en del med gruppeaktiviteter og makker-aktiviteter, og derudover arbejdes selvstændigt i elevbogen *Jeg øver*. De udviklede materialer dækker fire faglige emner hvert skoleår. Materialets omfang dækker cirka halvdelen af matematikundervisningen hvert skoleår. Den resterende tid bestemte hver enkelt lærer eller skole selv emner og materiale. I øve-delen er der også mulighed for differentiering med niveauopdelte opgaver. De udvalgte matematiske emner blev udvalgt med afsæt i opmærksomhedspunkter fundet gennem international forskning eller udformet af det danske undervisningsministerium i faget (Undervisningsministeriet, 2015; 2019) samt lærernes ønsker til centrale fagområder, som skulle udvikles.

Hver elev har sin egen fællesbog og sin egen øvebog. Materialet er lavet med god plads på hver side, så der er plads til elevernes noter, tegninger og udregninger i både fællesbog og øvebog. Det var centralt, at eleverne fik plads til at tegne på de enkelte sider for at styrke mulighederne for den "pictoriale" fase i CPA-modellen beskrevet i afsnit 3.2.2. Desuden bestod

T-Mat-materialet af en generel lærervejledning til projektet samt en vejledning knyttet til hvert af de fire emner på hvert klassetrin. Se oversigten i Figur 7.



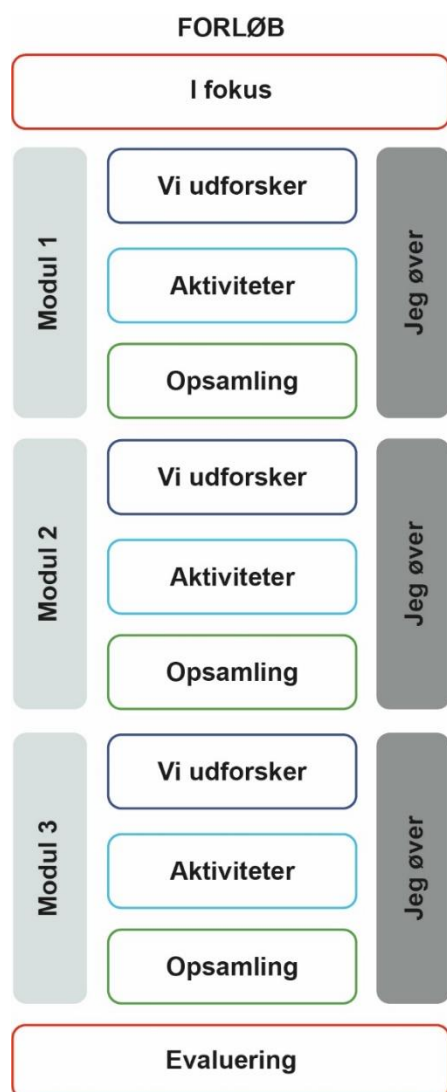
Figur 7 Opbygning af materialet udviklet til indsatsen

For at udvikle T-Mat-bøgerne lavede de matematikdidaktiske forskere fra VIA University College en forudgående undersøgelse og en indholdsanalyse af bøger fra Singapore på tilsvarende klassetrin, en analyse af tre danske bogsystemer for 4. til 6. klasse samt en læringsportal. Formålet med analysen var at få overblik over hvilke emner, der normalt gennemgås på de tre klassetrin, rækkefølgen og deres fokus på progression. Ud fra indholdsanalysen af de udvalgte matematikbøger fra Singapore og Danmark blev der udviklet en struktur, så alle T-MAT-bøgerne blev bygget ens op med en struktur, som bliver tryk og genkendelig for både elever og lærere. Hvert emne er inddelt i tre forløb; det første om udvikling af begrebsforståelse, det næste om udvikling af regnestrategier og det sidste om problemløsning. Hvert forløb er bygget op som illustreret i Figur 8 med en fælles start og afslutning og derimellem et antal moduler.

Hvert modul er ligeledes bygget op i en fælles start, aktiviteter og en afslutning. Alle forløb er struktureret i moduler som vist i Figur 8. Først starter hvert forløb med en introduktion, der kaldes **I fokus**, hvor en classesamtale sætter forløbets fokusområder ind i en kontekst. Her præsenteres målene for forløbet i tekstbokse på den første side. Det er den overordnede introduktion til hvert nyt forløb. Hvert forløb består af 3-4 moduler, som er struktureret ved først at indeholde en **Vi udforsker-opstart**, som er en vekslen mellem classesamtale og udforskende aktiviteter på klasseniveau. Her diskuterer og udforsker læreren sammen med klassen videre inden for emnet og danner sammen nye erfaringer. Det kan fx være strategier til problemløsning, hvor læreren løser en eksemplarisk opgave sammen med eleverne på tavlen. Fokus i denne del af et forløb er altid på udvikling af elevernes forståelse.

Efter disse aktiviteter, som forgår på klasseniveau, består modulet af elevaktiviteterne, som foregår i mindre grupper, hvor eleverne selv arbejder med aktiviteterne. Disse kaldes for **Aktiviteter**. I denne del af modulet skal eleverne i par eller små grupper arbejde med det faglige indhold, som netop er udforsket i fællesskab. Her støtter eleverne hinanden, og fokus er på udvikling og konsolidering af forståelse. Til slut i hvert modul er der en **Jeg over-del**, hvor eleverne selvstændigt arbejder med konsolidering af viden og færdigheder. Her vil der være

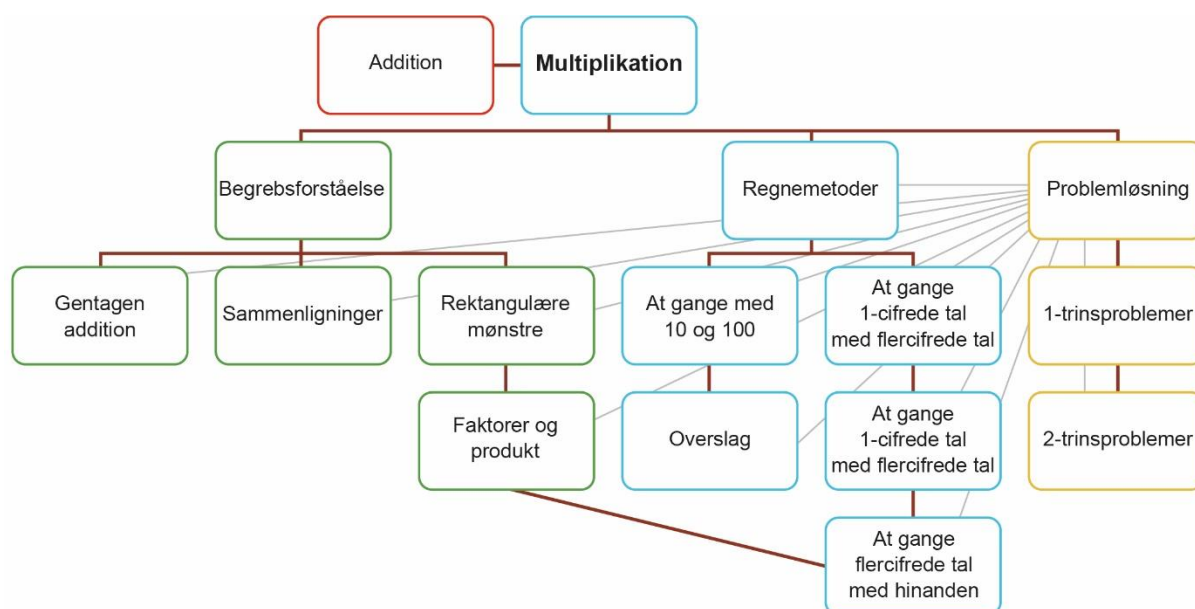
nogle opgaver, som alle elever skal lave, A-opgaver, hvor der arbejdes med de centrale kompetencer og færdigheder fra modulet. Derudover vil der være opgaver med forskelligt udfordringsniveau; B- og C-opgaver. Det er ikke meningen, at alle elever skal lave alle opgaver. Differentiering i opgavernes sværhedsgrad gør det muligt, at eleverne får tilpasset deres faglige niveau i "Jeg-øver"-delen, så de formår at arbejde med det matematiske emne selvstændigt. Når alle lektioner i modulet er afsluttet, skal eleverne arbejde med en **Evaluering**. Den består af 2-3 eksemplariske opgaver udviklet med afsæt i de opsatte mål for forløbet. Disse opgaver skal støtte eleven i at lave en selvsvurdering, hvor eleven svarer "jeg kan", "jeg kan næsten" eller "jeg kan ikke endnu" på 3-4 spørgsmål, der relaterer til målene for forløbet.



Figur 8 Strukturen i hvert forløb

5.2.1 Progression igennem T-Mat

Bøgerne er bygget op, så der er en kontinueret progression igennem hvert emne og mellem emnerne i hver bog, men også så emnerne år efter år bygger oven på hinanden, hvilket netop var et af grundelementerne udvalgt fra Singapores curriculum (Ginsburg et al., 2005; Ministry of Education Singapore, 2012). Ser vi først sammenhænge i emnet multiplikation i 4. klasse, fremgår det, at emnet bygger oven på addition, markeret med rødt, se Figur 9. I emnet er der tre forløb, begrebsforståelse (grøn), regnemetoder (blå) og problemløsning (gul). Under hvert forløb er en række moduler. De forskellige moduler understøtter hinanden. Som eksempel er her vist at for at gange 1-cifrede tal med flercifrede, skal man bruge, hvad man har lært i modulet "faktorer og produkt". Der er naturligvis også implicite sammenhænge mellem de forskellige delemler, hvilket er illustreret gennem de grå streger.



Figur 9 Eksempel på sammenhæng og progression i hvert emne og mellem emner

Disse sammenhænge er centrale og eksplicit beskrevet i lærervejledningen for de singapo-reanske matematikbøger. Sammenhænge i det matematiske fagindhold er ikke fremmed i dansk kontekst, men de eksplicit beskrevne sammenhænge mellem de forskellige emner ses ikke ofte i de danske undervisningsmaterialer eller i det danske curriculum. At eleverne netop arbejder med sammenhænge i det matematiske indhold er centralt for opbygningen af en konceptuel forståelse af matematikken (Hiebert & LeFevre, 1986).

Ser man på sammenhænge mellem emnerne, der gennemgås i fjerde klasse, fremgår det, hvordan emnerne i T-Mat i fjerde klasse bygger videre på hinanden. For eksempel at division bygger på forståelsen af multiplikation og er det modsatte af at multiplicere. I division arbejdes med ligedeling, som er grundlæggende for brøkførståelsen. Og i alle tre afsnit arbejdes med problemløsning og tekstopgaver, som lægger op til en begyndende ligningsløsning, hvilket er fokus i fjerde kapitel. Igennem de tre år arbejdes med de samme emner, således at der hvert år bygges videre på læringen fra året før. Se Figur 10.



Figur 10 Overordnet valgt progression og sammenhæng mellem de matematiske emner

5.2.2 Matematikfaglige emner

Som beskrevet tidligere arbejdes der i det singaporeanske curriculum med et vægtet curriculum (Ginsburg et al., 2005), hvor særlige emner synes at være særligt i fokus på udvalgte klassetrin. En lignende vægtning er vanskelig at lave i dansk kontekst, da det officielle curriculum ikke lægger op til en sådan vægtning. I projektet har vi dog valgt fire emner ud til hvert klassetrin, som vi finder er særligt vigtige at fordybe sig fagligt i på de pågældende klassetrin, men det er under hensyntagen til, at vi traditionelt i dansk kontekst gennemgår flere fagemner end det traditionelle singaporeanske curriculum lægger op til. Hver bog består af fire emner, så materialet har i alt 12 forskellige kapitler, som bygger ovenpå og videre på hinanden. I alle bøgerne er der fokus på tal og regning i et eller flere kapitler, og der er fokus på brøker i et kapitel alle tre år. Derfor er der valgt at gå mere i dybden med disse to emner som eksempler på, hvordan emnernes gennemgang adskiller sig for den normale danske praksis. Man kunne også have uddybet materialets fokus på algebra fra den begyndende leg med ubekendte til jonglering med bogstaver, eller hvordan man opbygger forståelsen af sandsynlighed og statistik igennem bøgerne. Men i denne rapport er der valgt at fokusere på tal og regning samt brøker, da disse to emner fint eksemplificerer T-Mat-materialet.

De udvalgte matematiske emner igennem de tre år ses i nedenstående skema (se Tabel 6). Som nævnt dækker emnerne cirka halvdelen af året på hvert klassetrin

Tabel 6 Emneoversigt gennem de tre klassetrin

4. klasse	5. klasse	6. klasse
Multiplikation	De fire regnearter	Brøker og procent
Division	Brøker	Tal og regning
Brøker	Rumfang	Funktioner
Ligninger	Statistik og sandsynlighed	Statistik og sandsynlighed

Rationale tal

Brøker er et gennemgående emne de tre år. I fjerde klasse er fokus på lige store størrelser; at før man kan snakke om en brøk, skal man forstå, hvad det betyder at dele en mængde i et antal lige store størrelser. Derefter introduceres brøkbegrebet, og det abstrakte at to tilsyneladende forskellige brøker kan være det samme tal. I materialet til femte klasse skal eleverne lære at addere to brøker med samme nævner og finde en fælles nævner. I sjette klasse introduceres det at dividere med en brøk, og brøk-forståelsen kædes sammen med procent og det at regne med procenter.

Årsagen til, at netop brøker er valgt ud, er, at vores indholdsanalyse viste, at dette emne havde en central placering særligt i 4. klasse i Singapore, hvor vi fandt, at dette emne fyldte meget af indholdet. Internationale studier har vist, at netop forståelsen af brøker og rationale tal er central for eleverne videre matematiske udvikling (Booth & Newton, 2012; Siegler et al., 2012). Man kan tale om, at Singapore har et vægtet curriculum, hvor nogle emner er centrale og får en større vægtning på de pågældende klassetrin. Det betyder dog, at der ikke er tid til andre emner som fx sandsynlighedsregning, som først introduceres senere og ikke er en del af indholdet på 4. klassetrin. Argumentet er, at sandsynlighedsregning kræver en god brøkforståelse, og den bør opbygges først. At få dette princip ind i en dansk kontekst er svært, idet vores curriculum ikke har den samme vægtning af centrale emner. TRACK-projektet skal selvfølgelig opfylde kravene i det officielle danske curriculum (Fælles Mål), som ikke har den samme vægtning af emner og generelt indeholder flere emner, som skal nås i løbet af skoleåret.

Tal og regning

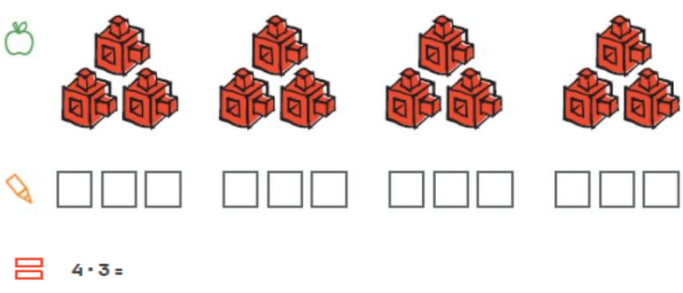
Emnet tal og regning er gennemgående på alle tre årgange i T-Mat-materialet. Materialet ønsker at vise eleverne, hvordan man kan regne smart, lære gode strategier og bygge oven på de strategier, man har, fremfor at lære algoritmer udenad. I fjerde klasse udvikles strategier til at lære multiplikation og division med fokus på også at lære at bruge blokmodellen, som er den gennemgående ikoniske repræsentation. I femte klasse er tal-emnet "de fire regnearter", hvor der arbejdes med at genkende og adskille de fire regnearter og at bruge blokmodellen til at genkende hvilken regneart, der skal bruges til at løse en given opgave. I sjette klasse indgår emnet "Tal og regning", hvor negative tal introduceres sammen med et mere dybdegående emne om titalssystemet og tallenes opbygning. I singaporeansk kontekst er det netop forståelse af regnearterne og sammenhængen mellem talforståelse og regning, der er i centrum (Ministry of Education Singapore, 2012)

Dette var et særligt fokusområde igennem materialet, idet netop dette område også har været særligt i fokus i det danske curriculum, Fælles Mål, som indeholder obligatoriske opmærksomhedspunkter, som netop er centreret om tal og talforståelse på dette klassetrin.

5.2.3 CPA i materialet

Der arbejdes bevidst og struktureret med forskellige repræsentationer igennem T-Mat. I alle moduler bruges konkrete, ikoniske og abstrakte repræsentationer, og som beskrevet i afsnit 3.2.2 var dette et af de centrale elementer udvalgt fra Singapores curriculum (Foong, 2009; Naroht & Luneta, 2015; Ng & Lee, 2009b). Det er gjort tydeligt for eleverne, hvad der forventes ved at have et lille ikon ud for opgaven i bogen.

I bøgerne er dette tydeliggjort i Figur 11.



Æblet fortæller, at her skal bruges konkrete materialer. I eksemplet skal eleverne ikke blot tælle centicubes på papiret, men skal finde centicubes frem og lægge dem i fire bunker med tre i hver. De kan derefter tælle eller beregne, hvor mange centicubes de har i alt.

Blyanten bruges, når eleverne skal lave eller bruge en ikonisk repræsentation; her som tre tegnede kvadrater gentaget fire gange. Her kunne også være en blokmodel. Den ikoniske repræsentation skaber en overgang imellem det konkrete og det abstrakte. Elevernes ikoniske repræsentationer udvikler sig fra at være tegninger af det konkrete til at blive mere reelt ikoniske.

Lighedstegnet betyder, at her skal man regne abstrakt, og der står kun den abstrakte repræsentation på dette sted i bogen. Her står altså blot symbolsk 4 gange 3. Eleverne kan bruge de to andre repræsentationer til at forstå, hvad dette betyder eller til at finde ud af, hvad resultatet er eller regne det ud kun gennem symbolsproget

Figur 11 CPA-ikoner fra undervisningsmaterialet forklaret

Den strukturerede tilgang til anvendelse af forskellige repræsentationer giver lærerne gode muligheder for differentiering. Brug af både konkrete materialer og en ikonisk repræsentation skal være med til at stilladsere elevernes begrebsudvikling og i høj grad støtte de mere udfordrede elever. De dygtige elever har særlige muligheder for fordybelse i forbindelse med fx ræsonnement og kommunikation, der også spiller en vigtig rolle i materialet. Herunder bliver hvert element i CPA-modellen uddybet.

Concrete – Konkret repræsentation

Et vigtigt element i T-Mat er de konkrete materialer, som ikke kun bruges til svage elever, men bruges konsekvent til alle elever og på alle niveauer. Igennem materialet bruges forskellige konkrete materialer. Som en del af T-Mat-materialet har hver skole fået udleveret klassesæt med to slags brøkbrikker i fjerde klasse, et klassesæt med rumlige figurer i femte klasse og et

klassesæt med forskellige terninger, linealer med forskellige mål og klodser med brøk, procent- og decimaltal i sjette klasse. Det er altid nævnt i lærervejledningen, hvilke konkrete materialer der skal bruges hvornår, så lærerne ved, hvad de skal finde frem, og hvordan de kan bruges. Det er ikke nyt for lærere at inddrage konkrete materialer i arbejdet med forskellige emner, men den konsekvente og strukturerede brug af konkrete materialer til at understøtte forståelse af alle emner er ny. Konkrete materialer har ofte været knyttet til, at det særligt var nødvendigt, når man underviste elever i matematikvanskeligheder (fx Lindenskov, 2020), men i T-Mat skal de bruges af alle. Ligesom indholdsanalysen af bøgerne fra Singapore viste.



Pictorial – Ikonisk repræsentation

Det er ikke altid nemt at oversætte direkte fra, at man har talt, at man har 12 centicubes liggende på sit bord, til at 4 gange 3 er 12. Den ikoniske repræsentation bruges som en slags oversættelse imellem konkrete og abstrakte eller symbolske og kan på sigt gøre, at mange elever ikke behøver den konkrete repræsentation hver gang.

Blokmodellen er en særlig ikonisk repræsentation, som anvendes ved problemløsning. Modellen kaldes i Singapore for en bar-model eller et strip diagram (se afsnit 3.2.2), men i dansk kontekst har vi oversat den til blokmodellen. Som tidligere nævnt anvendes den i Singapore gennem hele uddannelsessystemet – også på universitetsniveau. Det er let at lære at bruge modellen, og den kan anvendes på mange forskellige typer af problemer. I T-Mat bruges modellen konsekvent igennem alle kapitler, hvor den kan understøtte de matematiske emner, da elever, som kender og bruger blokmodellen konsekvent som ikonisk repræsentation i problemløsning, får et godt redskab (Sunde et al., 2020)

Abstract – Abstrakt repræsentation

Det abstrakte niveau i materialet adskiller sig ligeledes fra de danske bøger ved, at der i højere grad lægges vægt på forståelsen af det matematiske symbolsprog. Fx ved at arbejde med at

symbolet $\frac{4}{4}$ både består af fire stambrøker $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ og betegner en hel: 1. Mens $\frac{8}{8}$ består af otte stambrøker, og er også en hel. Eleverne bliver stilladseret i at oversætte de ikoniske repræsentationer til det abstrakte matematiske symbolsprog. At eleverne har mulighed for at skrive i bøgerne støtter dette arbejde, da det er muligt lave en stilladsering, hvor de skal udfylde dele af et matematisk udtryk, før de skal kunne mestre at skrive hele den abstrakte udregningen gennem det matematiske symbolsprog. Igen er den langsomme progression og stilladsering i centrum.

5.2.4 Problemløsning

Som tidligere beskrevet er problemløsning et centralt element i Singapores curriculum (Ministry of Education Singapore, 2012), hvor Pólyas grundtanker om problemløsning i matematik er et centralt element (Pólya, 1945). Det var derfor centralt, at problemløsning blev en del af indsatsen.

Problemløsning i materialet er karakteriseret ved åbne spørgsmål, hvor der kan være mulighed for anvendelse af forskellige metoder. Det er en veletableret del af dansk matematikundervisning. Udvikling af problemløsningskompetencen kræver, at der arbejdes med elevernes indstilling, metakognition, processer, begreber og færdigheder. Det er samspillet herimellem, som gør eleven til en god problemløser. Med udgangspunkt i George Pólyas teorier om de 4 faser i problemløsningsprocessen arbejdes målrettet med udvikling af metakognitive strategier i T-Mat-materialet. Vi udviklede en 4-fase-model bygget på Pólyas teori, som blev gennemgående i materialet. Se Figur 12.

4-FASEMODELLEN

Modul 1



VI UDFORSKER

FASE 1

Læs — hvad handler problemet om?

Ole deler 125 aviser ud hver onsdag.
Hvor mange aviser deler han ud på 4 uger?

FASE 2

Planlæg og tegn

Hvordan løser jeg problemet?
Jeg kan tegne en model:

Tegn blokmodellen.

Min plan.

I alt deler Ole _____ ○ _____ aviser ud.

FASE 3

Regn — find svaret

FASE 4

Tjek

Hvordan kan jeg se, om svaret er rigtigt?

- Giver det mening i virkeligheden?
- Arbejd baglæns.

Ole deler _____ aviser ud på 4 uger.

Hvor mange aviser deler han ud om ugen? _____ ○ $4 = 125$.

- Brug lommeregner.

Figur 12 Eksempel på brugen af 4-fasemodellen i undervisningsmaterialet for 4. klasse

5.3 Opsamling på indsatsens elementer

Overordnet kan indsatsen beskrives som bestående af grundelementerne: a) en veltilrettelagt og vægtet progression gennem og mellem de udvalgte matematiske emner, b) konsekvent brug af forskellige repræsentationer for at støtte elevernes udvikling og skabe erfaringer med de matematiske emner (CPA) og c) problemløsning med fokus på de forskellige faser i en problemløsningsproces. Disse elementer er blevet brugt og udfoldet i det konkret udviklede undervisningsmateriale for 4., 5. og 6. Klasse.

Desuden indgår indholdet af kurserne i Q-modellen som en metode til at sikre forståelsen af indsatsens elementer og implementeringen ude i praksis. Kurserne i modellen har en dobbelt funktion ved både at implementere de udvalgte ind i den danske kontekst og samtidig sikre tilpasningen af elementerne til den danske kontekst. Sidste del har været central for pilotprojektet, men efter gentagne afprøvninger og tilpasninger rundt på skolerne må det konkluderes, at elementerne og materialerne kan fungere tilfredsstillende i dansk kontekst. Fokus fremadrettet i en evt. RCT-udrulning vil derfor være på implementeringsdelen på modulerne.

6.0 Evaluering af TRACK på lærerniveau

Evalueringen af projektet på lærerniveau er udarbejdet på baggrund af indsamlede kvantitative- og kvalitative data som beskrevet i afsnit 4.2.

De kvantitative data stammer fra spørgeskemaundersøgelser som tidligere beskrevet i afsnit 4.3 blandt deltagende lærere på interventionsskolerne i Syddjurs Kommune og en enkelt undersøgelse blandt lærere på kontrolskolerne; fem skoler i Lemvig Kommune og to skoler fra hhv. Aarhus og Horsens Kommune. Dataindsamlingen blandt lærerne er foretaget fra efteråret 2018 og frem til april 2021 (se nedenstående Tabel 7 for overblik). År for år deltager flere og flere lærere i projektet, hvilket ikke afspejles i en stigning i det numeriske antal besvarelser. Dette kan skyldes, at de samme lærere har flere klasser på flere klassetrin, og at de kun er blevet bedt om at besvare spørgeskemaet én gang. Endvidere er det primært de lærere, som har deltaget gennem alle tre år, der har fået afsat tid til at udfylde skemaet på kurserne. Der kan selvfølgelig også sagtens være opstået en slags forståelig træthed overfor surveys.

De kvalitative data består af fokusgruppeinterviews foretaget før projektets start i august 2018 samt fokusgruppeinterviews, der er foretaget i oktober 2020. Interviewene er foretaget på to interventionsskoler. Den kvalitative dataindsamling skal bl.a. sikre et opdateret kvalitativt vidensgrundlag, der kan nuancere og kvalificere de kvantitative analyser, som gennemføres.

Tabel 7 Skema over dataindsamlet på lærerniveau

Skoleår	Start 2018-2019	Midt 2019-2020	Slut 2020-2021
Klassetrin	4. klasser	4.- 5. klasser	4.- 6. klasser
Lærer-survey	29	29	36 (10)
Fokusgruppe- Interviews	Skole A og B	-	Skole A og B

For at måle udvikling indeholder disse surveys samme spørgsmål fra år til år, og dette forhold kan opleves af respondenter som “det har jeg svaret på før”. I det følgende afsnit gennemgås først resultaterne eller tendenserne i de afholdte lærer-surveys og herefter tendenserne i udviklingen fundet i de kvalitative interviews.

Tabel 8 Emneoversigt i surveys

	Start-survey	Slut-survey
Baggrundsoplysninger	Køn, uddannelse, lærer-erfaring, ansættelse	Køn, uddannelse, lærer-erfaring, ansættelse
Vurdering af TRACK		
TRACK erfaring, information om TRACK	TRACK deltagelse i år, tidligere, information om TRACK	TRACK deltagelse i år, tidligere år
Overordnet om TRACK	Forhåndsforventninger til indhold og egen udvikling	Holdning
Elementerne i TRACK	—	Vurdering af CPA, blokmodellen, fire-fase modellen, TRACK materialet
TRACK-kurserne	—	Udbytte, tilrettelæggelse, stemning
Udvikling og opbakning		
Matematikfagteam	Deltagerens fagteam: Sammensætning, struktur og indhold	Deltagerens fagteam: Sammensætning, struktur og indhold
Egne kompetencer og egen udvikling	Vurdering af egne kompetencer, forventninger til udvikling som følge af TRACK	Vurdering af egne kompetencer, vurdering af udvikling som følge af TRACK
Organisationen og TRACK	Forventninger vedrørende hindringer og ledelsens opbakning og deltagelse	Vurderinger vedrørende hindringer og ledelsens opbakning og deltagelse

Note: I slut-survey 2021 udførtes i en særlig “corona-version”, hvor spørgsmål vedrørende matematikfagteam og ledelsen blev skiftet ud med spørgsmål vedrørende ændringer i undervisningen på centrale parametre som følge af omlægning til online undervisning

6.1 Kvantitativ spørgeskemaundersøgelse

Der er udformet to lærer-surveys til lærere, der deltager i TRACK; et start-survey, der bl.a. afdækker lærernes forventninger til det kommende års deltagelse i TRACK, samt et slut-survey, der bl.a. afdækker lærernes vurdering af det forgangne års deltagelse i projektet (beskrevet i afsnit 4.2.1). Vi har valgt at tage afsæt i de to surveys fra august i 4. klasse og fra april i 6. klasse for at afdække de større tendenser i udviklingen hos de deltagende lærere i indsatsen. Emnerne i surveys fremgår af Tabel 8.

6.1.1 Analyse af kvantitativ spørgeskemaundersøgelse på lærerniveau

I analysen af spørgeskemaerne er der fokuseret på overordnede tendenser, som afspejles i frekvensopgørelser. Da indeværende projekt er en pilotafprøvning, og der derfor er et begrænset antal deltagende lærere med, kan lærernes besvarelser kun indikere tendenser på effekter projektet har haft på lærerniveau. Som det fremgik af oversigten i afsnit 4.2.2, deltog cirka 20 lærere plus 13 matematikvejledere hvert år i projektet. Det begrænsede antal lærere betyder, at der ikke er styrke til at kunne konkludere, om disse tendenser er signifikante, og resultaterne skal derfor læses med dette forbehold i mente. Spørgsmålene er konstrueret i henhold til Guskeys teori om evaluering. Surveys er lavet til forskningsprojektet TRACK og er derfor naturligvis tilpasset, så de kan indgå i denne kontekst.

Spørgeskemaet er struktureret ud fra en vurdering af enighed. Alle vurderinger i både start- og slut-survey angives på en femtrins likert-skala som grad af enighed med en påstand.

Skala: Særdeles enig (1) – ret enig (2) – både og (3) – ret uenig (4) – særdeles uenig (5).

6.1.2 Start-survey i august 2018

Ved TRACK-projektets start blev de deltagende lærere bedt om at svare på deres holdning og forventninger til deres deltagelse i projektet.

82 procent var enige eller særdeles enige i, at det var godt, at deres skole deltog i projektet. 93 procent var enige eller meget enige i, at tiltagene i TRACK syntes at virke spændende og inspirerende.

Endvidere havde lærerne stor tiltro til deres egne muligheder for at udvikle deres egen samt kollegernes praksis. 90 procent af de adspurgte lærere var klar til at udvikle deres egen praksis, men 81 procent mente, at de også kunne bidrage til udviklingen af andre praksis. Lærerne havde således en positiv indstilling til projektet allerede ved projektstart, hvilket var godt set i lyset af, at de ikke selv havde meldt sig til at deltage i projektet. TRACK-projektet var et projekt, der blev pålagt dem at deltage i fra skoleforvaltningen i kommunen. Generelt var der således positive forventninger til TRACK.

På spørgsmålet, der konkret spurgte ind til TRACK i forhold til elever i matematikvanskeligheder, så mente 55 procent af de adspurgte lærere i august 2018, at tiltagene i TRACK med stor sandsynlighed ville give mulighed for øget læring blandt denne elevgruppe. 31 procent af lærerne svarer, at de ikke vidste, om TRACK-projektet med stor sandsynlighed ville give elever i matematik vanskeligheder mulighed for øget læring. Det vil sige, at over halvdelen af lærerne gik ind i projektet med en overbevisning om, at projektet ville bidrage til

en øget læring til elever i matematikvanskeligheder. Knap en tredjedel af lærerne gik ind i projektet uden denne overbevisning.

Samtidig svarede 93 procent af lærerne, at de var ret enige i eller særdeles enige i, at TRACK-projektet vil være en god mulighed for, at den enkelte matematiklærer kan udvikle sin egen undervisning. Det vil sige, at selvom knap en tredjedel af lærerne ikke vidste, om TRACK-projektet ville skabe muligheder for øget læring for elever i matematikvanskeligheder, så var lærerne ret overbeviste om, at deltagelse i TRACK ville medvirke til at udvikle deres egen matematikundervisning.

Lærerne havde altså før projektets start en stor tiltro til, at den enkelte lærer ville udvikle sin egen undervisning ved deltagelse i TRACK. Det kan også ses ved, at 90 procent af de adspurgte lærere svarede, at de i nogen grad eller i høj grad følte sig klar til at anvende et nyt undervisningsmateriale samt deltage i udviklingen af nye metoder i undervisningen. Lærerne var altså særdeles klar til at udvikle på deres undervisning og inddrage nye materialer og metoder i undervisningen ved TRACK-projektets opstart.

Det var ikke kun den enkelte lærer, der var klar på udvikling af sin egen undervisning. Over 70 procent af lærerne var også positive over for fagteamets muligheder for at opbygge et inspirerende samarbejde om udvikling af faget. Endvidere tilkendegav lærerne generelt en positiv holdning til arbejdet i fagteams på skolerne, hvor næsten alle lærere mente, at der skulle samarbejdes i fagteams om at udvikle matematikundervisningen. Dog er det kun 42 procent, der var enige i eller overvejende enige i, at arbejdet i fagteams var forskningsinformeret. Langt de fleste af lærerne, cirka 90 procent, mente, at arbejdet i fagteams primært var funderet i deling af erfaringer og materialeudveksling. Samtidig var knap 30 procent af lærerne usikre på, om skolerne kunne skabe rammerne for, at andre lærere end de deltagende lærere kunne få udbytte af projektets viden.

Samlet set var de adspurgte lærere ved projektets start generelt positivt indstillet over for TRACK-projektet. Lærerne var positivt indstillet i forhold til udviklingen af deres egen praksis i deres egen klasse, men de var også positivt indstillet i forhold til, at samarbejdet i fagteams på skolerne ville udvikle matematikundervisningen. Altså var der et positivt miljø at implementere indsatsen ind i, hvilket ikke altid er tilfældet, idet mange lærere har oplevet en overflod af projekter i de senere år. Men TRACK-projektet syntes at vække positiv interesse, hvilket måske bunder i, at projektet er fagfagligt knyttet til udviklingen i et bestemt fag på en bestemt årgang, hvilke gør det muligt at komme helt ned i praksis og faglige problemstillinger knyttet specifik til faget på det pågældende klassetrin.

6.1.3 Slut-surveys vurdering af TRACK i april 2021

I slut-surveyet fra april 2021 udtrykte respondenterne helt overordnet tilfredshed med TRACK deltagelsen. Mere end 75 procent af respondenterne er enige og mindst 50 procent særdeles enige i, at det er godt, at skolen deltager, at TRACK behandler vigtige emner, og at TRACK-tiltagene opleves som spændende og inspirerende.

Vurderingen af TRACK-deltagelse uddybes og nuanceres i senere spørgsmål på de fire elementer: CPA, blokmodel, fire-fase model og undervisningsmaterialet. Inden for hver af disse elementer spørges ind til de følgende fem områder: a) lærernes erfaring med anvendelse af elementer fra TRACK i forbindelse med understøttelsen af elevers læring, b) støtter læring hos elever, der har svært ved matematik, c) gør elever, der har det svært med matematik, mere aktivt deltagende, d) om materialet er nemt at bruge, og e) om respondenter vil bruge materialet i fremtiden. Se Tabel 9.

Tabel 9 Graden af enighed i forskellige perspektiver knyttet til brugen af TRACK-elementerne

Elementer	CPA	Blokmodel	Fire-fase model	Unv.-materialet
a: understøtter elevers læring – enige (1+2)	90%	75%	93%	75%
b: støtter læring hos elever, der har svært ved matematik – enige (1+2)	76%	55%	76%	65%
c: gør elever, der har det svært med matematik, mere aktivt deltagende – enige (1+2)	58%	34%	42%	59%
d: bruges i sammenhænge ud over TRACK materialet – enige (1+2)	58%	62%	73%	76%*
e: respondenter vil bruge materialet i fremtiden – enige (1+2)	76%	73%	79%	69%

Note: * Her lød spørgsmålet: Det er nemt for læreren at bruge undervisningsmaterialet i TRACK. Parentesen (1+2) indikerer, at det omfatter respondenterne, som har svaret på de to niveauer meget enig og enig.

Respondenterne oplever i høj grad, at de fire elementer generelt understøtter elevers læring, og at materialerne bruges ud over TRACK og forventes brugt fremover. Få lærere udtrykker, at de er ret uenige i materialernes anvendelighed ud over TRACK. Det bør bemærkes, at CPA-modellen og fire-fase modellen vurderes som mest anvendelige.

Når vi ser på lærernes vurdering af materialets effekt på elever, der har det svært med matematik, fremgår det, at de fire elementer scorer mindre højt for denne elevgruppe; særligt blokmodellen scorer lavere i anvendelighed i forhold til denne elevgruppe (34%). Sammenligner vi med tallene fra start-surveyet før projektets start, var det også blot 55 procent af lærerne, som

vurderede, at det var sandsynligt, at materialet kunne støtte denne elevgruppe. Lærerne vurderer, at materialet støtter den brede elevgruppe i større grad, end det støtter elever i matematikvanskeligheder. Samtidig vurderer de graden af disse elevers deltagelse i den almene undervisning lavere end øvrige elever. Enkelte lærere udtrykte på kurserne en frustration over at skulle inkludere mange svage elever, også elever som er så kognitivt udfordret, at lærerne ikke vurderer dem i stand til at deltage i normal undervisning, hvilket muligvis også er forklaringen på de lave forventninger til TRACK-projektets muligheder for at løfte denne elevgruppe allerede ved projektets start.

Vurdering af egen udvikling og udvikling af det faglige miljø

Langt de fleste deltagende skoler i projektet har et matematikfagteam nedsat af ledelsen. Kun tre lærere angiver, at ledelsen ikke har nedsat et matematik-fagteam. Cirka halvdelen angiver, at matematik-fagteamet består af alle matematiklærere på skolen, og den anden halvdel angiver, at matematik-fagteamet er matematiklærerne på årgangen. Der er få, som angiver, at matematik-fagteamet består af matematiklærere på mellemtrinet.

Af besvarelserne om samarbejdet og organisering af fagteamet er der fra 66 procent til 90 procents enighed om, at teamet er samarbejdsorienteret, der er velorganiserede møder, vægt på fagdidaktiske samtaler, vægt på erfaringsdeling og udveksling af materialer. Det samme som vi så i surveyet inden projektet startede. Dog er ikke alle lige enige i påstanden om, at møderne er velorganiserede – her findes de eneste ret uenige respondenter.

Overordnet viser surveyet ved afslutningen af projektet, at TRACK har givet anledning til gode og lærerige diskussioner på teammøderne på skolerne, men ikke i særlig grad har øget respondentens og deres kollegers engagement i teamsamarbejdet (over 90%), hvilket var forventeligt, da engagementet i forvejen var højt, hvilket fremgik af start-surveyet fra august 2018. Ser vi videre på svarene knyttet til de deltagende læreres vurdering af deres kompetencer i at udvikle deres egen og kollegers praksis i matematikundervisningen, ser alle på nær én sig kompetent til at stå for denne udvikling af egen praksis (97%), og cirka to ud af tre (66 %) mener også, at de kan bidrage til at deltage i udviklingen af kollegers udvikling. Ligesom i starten af projektet har lærerne stor tillid til at kunne udvikle egen praksis, men der er sket et lille fald sammenlignet med projektstarten i 2018 (81%), når det gælder udviklingen af kollegers praksis. Ser man særskilt på de deltagende matematikvejledere (n=13), føler de sig dog i høj grad kompetente til at varetage opgaven med at udvikle kollegers praksis. Generelt er det den samme positive indstilling til udvikling af egen praksis, som vi så, før projektet gik i gang.

På ledelsesplan udtrykker knap 75 procent af lærerne, at de ikke har oplevet organisatoriske barrierer, som har hæmmet gennemførelsen af TRACK på skolen. Endvidere udtrykker cirka samme andel, at der har været stor opbakning fra skolens ledelse til TRACK, men det følges ikke op af ledelsesdeltagelse i teammøder, kurser etc. Ligeledes udtrykker cirka 75 procent, at ledelsen er optaget af at udnytte erfaringerne fra TRACK ind i organisationen. Generelt er der en større tillid til ledelsens opbakning sammenlignet med forventningerne inden projektets start.

6.1.4 Slut-survey sammenholdt med kontrolskolerne

Sammenligner vi svarene i indsatsgruppen og kontrolgruppen ved projektafslutningen i 2021, tegner der sig et billede af, at de deltagende lærere i TRACK ser nogle klare positive tendenser i TRACK-gruppen, hvor lærerne generelt føler, at de har udviklet deres lærergerning gennem de sidste tre år. Spørgsmålene er naturligvis blevet holdt i generelle termer omkring deres egen udvikling af praksis i løbet af de seneste år, således at det giver mening både for indsatsskolernes og kontrolskolernes lærere at besvare. Det bør dog anføres, at antallet af deltagende lærere er lavt, da projektet er en pilot, og at der ved projektafslutningen stadig var corona-nedlukning af skolerne, og derfor var det svært at være i tæt kontakt med alle lærerne – særligt i kontrolgruppen. Derfor skal resultaterne i Tabel 10 læses med et vist forbehold. I tabellen fremgår det, at lærerne, som har deltaget i TRACK, føler, at de har fået en større faglig indsigt i stofområderne i det officielle danske curriculum sammenlignet med lærerne i kontrolskolen (67% versus 40%). Desuden mener markant flere lærere i indsatsgruppens, at de gennem de sidste år har fået en øget indsigt i elevers læring (70% versus 50%) og har fået indsigt i nye undervisningsmetoder (86% versus 30%), som kan bruges, sammenlignet med kontrolgruppen. Desuden føler flere af indsatsskolernes lærere overordnet, at de kan udvikle deres praksis og bidrage til, at kollegers praksis udvikles. Igen bør det understreges, at dette er tendenser, da der som tidligere nævnt er et begrænset antal deltagende lærere – respondenter.

Tabel 10 Slut-lærersurvey april 2021

	TRACK-skoler Særdeles enig + ret enig	Kontrolskoler Særdeles enig + ret enig
Føler mig kompetent til at udvikle egen undervisning	97%	80%
Kan bidrage til at kolleger udvikler deres undervisning	86%	70%
Forventer/er blevet dygtigere matematiklærer	72%	50%
Fået større faglig indsigt i stofområderne	67%	40%
Øget indsigt i elevers læring af de behandlede områder	70%	50%
Indsigt i nye undervisningsmetoder som jeg kan bruge	86%	30%

Note: Antallet af besvarelser fra lærere i indsatsgruppen (n= 36) og antallet af besvarelser fra kontrolgruppen (n=10)

6.1.5 Slut-survey om skolenedlukningerne pga. COVID-19

Midtvejs i det treårige projekt brød COVID-19-pandemien ud, hvilket betød, at skoler i hele landet blev nedlukket af flere omgange. Overordnet er der tale om to nedlukninger. Den første nedlukning fandt sted i slutningen af 5. klasse i skoleåret 2019/2020, mens den anden nedlukning skete midt i 6. klasse i skoleåret 2020/2021. Der var stor forskel på de to nedlukninger, idet første nedlukning betød, at hele skoledagen skulle genopfindes, og da eleverne vendte tilbage, blev der udført det, som blev betegnet som nødundervisning i mindre hold. Under anden nedlukning var lærerne mere forberedte og havde erfaring med online-undervisning fra den første nedlukning. I forbindelse med lærer-surveyet, der blev sendt ud i slutningen af projektet, blev der tilføjet spørgsmål, så det kunne undersøges, hvordan lærerne i henholdsvis indsats- og kontrolgruppen havde omlagt deres undervisning.

Som det fremgår af Tabel 11, er brugen af online platforme kun steget med cirka en tredjedel i indsatsgruppen, mens 60 procent i kontrolgruppen bruger platformene mere efter nedlukningen. Det vil sige, at kontrolgruppen i større grad anvender platforme som fx MatematikFessor end normalt.

Tabel 11 Matematikundervisning i dette skoleårs nedlukningsperiode sammenlignet med den normale undervisning i efteråret

	Mere end normalt		Som normalt		Mindre end normalt		Ved ikke	
	<u>TRACK</u>	<u>Kontrol</u>	<u>TRACK</u>	<u>Kontrol</u>	<u>TRACK</u>	<u>Kontrol</u>	<u>TRACK</u>	<u>Kontrol</u>
Klassens undervisningstid i matematik	3%	-	64%	60%	33%	40%	0%	-
Min brug af klasesamtale	0%	-	31%	50%	67%	50%	3%	-
Min brug af undersøgende matematik	0%	-	33%	30%	64%	70%	3%	-
Min brug af online platforme	33%	60%	50%	40%	11%	-	6%	-
Min brug af konkrete materialer	6%		25%	20%	67%	80%	3%	-
Min brug af forskellige repræsentationer	6%	10%	28%	30%	61%	50%	3%	10%
Min brug af blok-modellen	0%	-	39%	-	53%	-	8%	-
Min brug af problemløsning med afsæt i en fast struktur	3%	10%	36%	70%	56%	20%	6%	-

En tredjedel af lærerne har oplevet, at eleverne modtog mindre matematikundervisning under nedlukningen, og den samme tendens ses i begge grupper. Det afspejledes i, at omkring halvdelen af skolerne skriver, at de ikke har nået de sidste to forløb i materialet i april, hvor surveyet blevet rundsendt. I tabellen ses det ligeledes, at der er sket et fald i brugen af forskellige repræsentationer i undervisningen. Det ses både i kontrol- og indsatsgruppen, hvilket må anses som en logisk konsekvens af, at undervisningen er blevet gjort online, hvilket gør det vanskeligt at inddrage fx brøkbrikker eller centicubes. Dog skriver en tredjedel af lærerne, at de har den samme brug af forskellige repræsentationer som før nedlukningen. Endvidere angiver de deltagende lærere i indsatsgruppen, at TRACK-materialet har været en større inspirationskilde til online-undervisningen. Her angiver 70 procent, at TRACK-materialet i høj grad eller nogen grad har været til støtte og inspiration i online-undervisningen.

6.1.6 Opsamling af TRACK-projektets indflydelse på lærerniveau på baggrund af spørgeskemaundersøgelse

Overordnet viser survey-undersøgelserne, at TRACK har fastholdt lærernes høje positive forventninger til TRACK-deltagelse. Desuden vurderedes TRACK-elementerne positivt, når de blev anvendt i den almene brede elevgruppe, men knapt så virkningsfuldt over for eleverne i matematikvanskeligheder. Det kræver en større fremtidig kvantitativ undersøgelse, der muliggør at skabe flere subgrupper, for at kunne verificere denne vurdering. Det kan være, at TRACK stadig har en større positiv effekt på denne gruppe elever sammenlignet med de traditionelle undervisningsmaterialer og struktur.

Vi kan se, at de deltagende lærere i TRACK som gruppe vurderer sig en smule mindre kompetente efter deltagelse i projektet end før, hvorfor vi ser denne nedgang som svær at svare på. Det kan være en øget refleksion over egen praksis, eller at de nye lærere, som indgår i projektet, generelt vurderer sig selv til at være mindre kompetente end dem, som startede i projektet.

Overordnet føler de deltagende lærere i indsatsen, at de er blevet dygtigere, har fået større indsigt i faglige stofområder, har øget indsigt i elevernes læring og øget indsigt i nye undervisningsmetoder. Desuden vurderer de værdien af TRACK-kurserne højt, og de har oplevet en større opbakning fra ledelsen end forventet. Sammenlignet med kontrolgruppens lærere føler lærerne i indsatsgruppen, at de gennem de sidste år har udviklet deres praksis og har fået nye indsigter.

Survey-undersøgelserne viser:

- at TRACK har fastholdt lærernes høje positive forventninger til TRACK-deltagelse uanset evt. tidligere deltagelse
- at indsatslærere vurderer værdien af TRACK-elementerne højt som læremiddel og ønsker at bruge dem i fremtiden, men elementerne vurderes knap så højt som understøtning og aktivitetsfremmende over for elever, der har det svært med matematik
- at indsatslærere føler, at de er blevet dygtigere, har fået større indsigt i faglige stofområder, har øget indsigt i elevernes læring og øget indsigt i nye undervisningsmetoder
- at indsatslærere vurderer værdien af TRACK-kurserne højt
- at indsatslærere oplever stor opbakning fra skolens ledelse til TRACK

Online-undervisning under nedlukningen viser:

- at indsatslærere har haft TRACK-materialet som væsentligste inspiration til online-undervisning
- at indsatslærere har haft lavere stigning i brug af online platforme



6.2 Kvalitative fokusgruppeinterviews

Som beskrevet er der foretaget fokusgruppeinterviews før projektets start i august 2018, og der er foretaget fokusgruppeinterviews i oktober 2020. Interviewene er foretaget på to interventionsskoler. I analysen benævnes de to skoler som skole A og skole B.

Det er vigtigt at understrege, at på skole A deltager fem lærere i før-interviewet og fire lærere i efter-interviewet. Det er ikke de samme lærere, så vi kan ikke sige noget om den enkelte lærers udvikling, men vi kan sige noget om lærernes viden, undervisningspraksis og fagsprog i faggruppen på skole A før projektets start i august 2018 og i oktober 2020. Se Tabel 12. Det er en større skole, med op til 4-5 klasser på hvert trin.

Tabel 12 Skole A, oversigt over før- og efter-TRACK-interviews

<i>Før-TRACK-interview</i> , fokusgruppe-interview, august 2018	<i>Efter-TRACK-interview</i> , fokusgruppe-interview, oktober 2020
Fem deltagende lærere: L1: Lærer L2: Lærer L3: Lærer L4: Lærer V: Vejleder	Fire deltagende lærer: L1: første år med TRACK L2: første år med TRACK L3: andet år med TRACK L4: første år med TRACK, men med på sidelinjen og kursus fra projektets start

På skole B er læreren i efter-interviewet i oktober 2020 den samme lærer, som også er en af de to lærere, som deltager i før-interviewet. Det er en mindre skole, og der er derfor kun én til to klasser på hvert trin på skolen (Se Tabel 13).

Tabel 13 Skole B, oversigt over før- og efter-TRACK-interviews

<i>Før-TRACK-interview</i> , fokusgruppeinterview, august 2018	<i>Efter-TRACK-interview</i> , oktober 2020
To deltagende lærere: L1: Lærer L2: Lærer	En deltagende lærer: L1: Lærer og matematikvejleder, der har været med fra projektets start

I dette afsnit præsenteres analysen af *før-TRACK-interviewene* og *efter-TRACK-interviewene*. I analysen sammenholdes lærernes udtalelser fra før projektets start i august 2018 med interviews foretaget i oktober 2020 på de to interventionsskoler – skole A og B. Resultaterne og tendenser af TRACK på lærerniveau uddybes med inddragelse af citater fra interviewene. I bilag 1 og 2 vises uddrag af *før-TRACK-interviewene* og *efter-TRACK-interviewene* på henholdsvis skole A og B. Alle interviews er transskriberet og kodet.

6.2.1 Øget fokus på processen i elevernes arbejde frem for resultaterne samt fokus på forståelsen frem for algoritmer

I **før-TRACK-interviewet** på skole A beskriver flere lærerne, hvordan eleverne arbejder med algoritmer, og der fokuseres på resultater i matematikundervisningen. En lærer siger for eksempel:

“... Vi skal forstå... vi skal rykke hver gang, vi ganger, sådan at vi får sat tallene ind på den rigtige plads. Det er matematisk orden. Det er ret vigtigt, fordi ellers så får vi et resultat, som bliver forkert” (skole A, 55:05).

Den samme tendens gør sig gældende i **før-TRACK-interviewet** på skole B, hvor lærerne udtrykker, at de håber, eleverne har trænet tabellerne, men de håber også, at eleverne har en forståelse for tabellerne i form af at tælle sig frem samt at bruge en gangetabel. En lærer siger:

“Forhåbentlig har de trænet tabellerne” (skole B, 33:42) og *“Forståelsen af tabellen. Kan hele tiden tælle så og så meget frem”* (skole B, 34:15).

En anden lærer siger:

“... så ved jeg godt, at de faktisk har lært at bruge en gangetabel. At de godt ved, at denne her og denne her, de mødes her...” (skole B, 34:43).

Processerne *træne, tælle sig frem og bruge en gangetabel* indikerer, at der optræder arbejdsprocesser i matematikundervisningen inden opstart af TRACK, der lægger op til, at eleverne benytter backup strategier og instrumentelle tilgange til matematiske problemstillinger.

I **efter-TRACK-interviewet** på samme skole anvender læreren på intet tidspunkt begreberne *træne, tælle sig frem* eller *bruge en gangetabel* i de faglige refleksioner.

I **efter-TRACK-interviewene** på samme skole fremhæver en lærer, at fokus nu er på processen frem for resultatet. Læreren siger:

“... den der med, at hvordan gør vi noget, end resultatet, at det er ligeså vigtigt, eller at det er vigtigere...” (skole B, 06.52).

Læreren beskriver arbejdsprocesser i matematikundervisningen, hvor eleverne skal forklare tankegange og processer frem for at finde resultater. Læreren har også reflekteret over, hvordan TRACK-materialet kan udvikles for dermed at sætte endnu mere fokus på elevernes regneprocesser i matematikundervisningen, hvilket igen viser lærerens fokus på processen frem for resultatet. Læreren udtrykker begejstring for de opgaver i TRACK-materialet, hvor eleverne skal optage små videoer af deres regneprocesser. Igen trækker læreren elementer frem fra undervisningen, hvor eleverne skal beskrive tankegange og processer.

Det underbygges af, at i **efter-TRACK-interviewet** trækker læreren elevernes talforståelse og forståelse for positionssystemet ind i drøftelsen af undervisning i multiplikation og division.

Læreren udtrykker, at eleverne skal have en forståelse for, hvorfor man kan regruppere tallene. Læreren siger:

“... og så skal de have en forståelse af, hvorfor man kan pille tallene fra hinanden” (skole B, 13.40) og “der skal være noget talforståelse, der skal være en forståelse af, hvorfor syvogtredive er delt op i tredive og syv” (skole B, 14.40).

På skole A udtrykker en lærer i *efter-TRACK-interviewet*, at:

“det der med forståelse på et eller andet plan er vigtigt, fordi det der med, at man lærer nogle algoritmer, og så de fleste, når der så er gået en sommerferie, så har de glemt dem, fordi de ikke kan huske, hvor det er man skal sætte et nul, eller om man skal gøre det fra den side eller den side...” (skole A, 23.46).

Her giver læreren udtryk for, at der arbejdes med forståelsen frem for algoritmerne i matematikundervisningen. Læreren giver udtryk for, at hun ikke kan se pointen med algoritmerne, for eleverne glemmer, hvordan de skal gøre. En anden lærer taler også om forståelse som en modsætning til at arbejde med algoritmer i *efter-TRACK-interviewet*. Hun siger:

“... at den ikke sådan giver en algoritme. Ja, så det er en positiv ting, at der ligesom sådan kan ligge forståelse bag, hvad multiplikation er, og man kan bruge den forståelse, man har ...” (skole A, 14:18).

Når vi sammenholder lærernes udtalelser fra projektets start i august 2018 med lærernes udtalelser i oktober 2020 ser vi en udvikling hos lærerne, hvor lærerne får et øget fokus på, at eleverne får en forståelse for det, de gør, frem for at arbejdet kun er begrundet ud fra standardalgoritmer. Desuden ser vi, at fokus i undervisningen i højere grad er lagt på processen i elevernes arbejde frem for resultaterne.

6.2.2 Øget fokus på forskellige strategier og didaktiske tilgange, så alle børn er med i undervisningen

Endvidere fremgår det af interviewene, at der er sket en ændring i måden, lærerne beskriver de fagligt svage elever på i undervisningen i den periode, hvor lærerne har været en del af TRACK-projektet. I *før-TRACK-interviewet* på skole B siger en lærer:

“Så man skal være der hele tiden ved de svage, for at man kan støtte og bakke dem op og holde snakken nede... for lige så snart det går galt, så går snakken i gang.” (skole B, 11:25).

Læreren beskriver her, at hun skal være ved ”de svage” hele tiden. Der beskrives ikke, hvordan læreren arbejder med denne elevgruppe i undervisningen. I *efter-TRACK-interviewet* på samme skole omtales fagligt svage elever kun en enkelt gang, og det er i en sammenhæng, hvor læreren omtaler matematikundervisning af høj kvalitet. Læreren siger:

“... jeg har også haft nogle oplevelser af, altså hvor vi har fået parret nogle fagligt svage elever, som så faktisk har været nødt til at gøre noget, og det der med at man ikke føler sig dum over for den anden, så kunne man godt turde sige noget, som man måske ikke altid tør, hvis man er bange for at være dum.” (skole B, 00:55).

I dette citat beskriver læreren sine didaktiske valg, som gør, at de fagligt svage elever arbejder med stoffet. På skole A siger en lærer for eksempel følgende i interviewet, der er foretaget før opstart af TRACK:

“...at hvis man sætter en stærk og en svag sammen, så giver man den svage en lom-meregner” (skole A, 35:07).

I efter-TRACK-interviewet på samme skole beskriver lærerne undervisning med begreber som ”undervisningsdifferentiering” og ”forskellige strategier”:

“... fordelene er, at man netop kan differentiere, og arbejde med det her med, at vi har forskellige strategier, og det er jo rigtig godt ikke, at man ikke er låst i, at man anvender en bestemt strategi, som nogle børn måske ikke forstår, men meget bedre kan en anden, så derved er det jo positivt, kan man sige” (skole A, 17:16).

Når vi sammenholder lærernes udtalelser fra projektets start i august 2018 med lærernes udtalelser i oktober 2020, ser vi en udvikling på lærerniveau, hvor lærerne, som har deltaget i TRACK, har et øget fokus på forskellige strategier og didaktiske tilgange, så alle børn kan deltage i undervisningen.

6.2.3 Øget fokus på visualiseringsstrategier i undervisningen og oversættelser mellem forskellige repræsentationer

Naturligvis viser lærerne også i før-TRACK-interviewet, at konkrete materialer indgår i undervisningen. Begrundelser for inddragelse af konkrete materialer varierer, men de fleste er baseret i, at det støtter elever, der har svært ved matematik. Desuden trækker en lærer frem, at det er svært for eleverne, når det ikke længere drejer sig om konkrete, men det i stedet skal handle om måder at skrive regneudtrykket op på. Dette peger på, at det er svært at støtte eleverne i oversættelsen mellem konkrete og en skriftlig symbolsk notation.

Læreren siger blandt andet:

“Når det ikke længere er konkrete, men hvor vi går ind og taler om måder at skrive det på. Division at sætte ord på er særligt svært” (skole B, 01.03.15) og “... Men så kommer der et punkt: Når du skal lære det, så skal du gøre sådan her. Det ved jeg godt, man ikke må, men det er jeg sådan set ligeglad med, for der er nogen, der ikke kan” (skole B, 01.04.02).

Læreren er bevidst om, at konkrete i undervisningen kan støtte eleverne i deres udvikling af regneprocesser, men pointerer, at det er svært at komme videre gennem skrivning; altså få det formaliseret. Læreren føler, at på et tidspunkt er man nødt til at vise eleverne den måde tingene skal gøres på, selvom det nok ikke er ideelt, for der er nogen, der ikke når frem til en

metode ellers. Den sidste del af udtalelse viser, at lærerne mener, at vi kan være nødt til at ende med, at nogle elever må få en instrumentel tilgang, når de for eksempel skal dividere.

I *efter-TRACK-interviewet* på samme skole benytter den samme lærer begrebet "visualisering". En lærer beskriver, hvordan visualiseringer inddrages, så eleverne får en forståelse for og en bevidsthed om det, de gør. Hun benytter visualiseringer, så det ikke bare er en metode, eleverne lærer.

Læreren siger for eksempel:

"... at man får visualiseret nogle ting på en anden måde i stedet for, at man bare gør det, den der med, at det ikke bare er en metode [...] hvad er det vi egentlig gerne vil finde ud af i stedet for bare hvad er resultatet... ikke den samme regnemodel i alle-sammen tegner, det synes jeg er mega fedt. De (eleverne) skal jo have flere forskellige måder at gøre tingene på efter min overbevisning, også selvom man tegner det" (skole B, 08.35-14.48).

Overordnet forklarer læreren, at visualiseringer i undervisningen skal sættes i forhold til, hvad der skal findes ud af, og hvorfor vi kan gøre, som vi gør. Det understreges, at der kan findes mange måder at visualisere eller vise det på. Eleverne præsenteres altså for en visualiseringsstrategi. Det skal dog ikke i denne kontekst forstås som kognitive indre øvelser, men forskellige måder at vise eller visualisere det matematiske problem på; fx gennem forskellige typer af tegning. I forhold til visualiseringsbegrebet siger læreren: På skole B kan vi se, at læreren, efter at have deltaget i TRACK-projektet, inddrager visualiseringsstrategier i undervisningen. Læreren benytter tilgange og strategier i undervisningen, som kan støtte eleverne i deres overgang fra konkrete til mere abstrakt matematik. Læreren beskriver ingen instrumentelle tilgange i undervisningen i *efter-TRACK-Interviewet*, hvilket peger på, at læreren nu har en anden værktøjskasse og en anden viden at trække på.

Samme udvikling kan vi spore på skole A. I *før-TRACK-interviewet* beskriver en lærer introduktion af multiplikation i en 4. klasse. Hun siger:

"... og... lege med mælkelåg eller centicubes eller hvad man nu kan... hvad kan vi få ud af det her..." (skole A, 47:23).

Dette eksempel viser det samme som på skole B; nemlig at lærerne er bevidste om, at konkrete materialer kan noget i forhold til elevernes begrebsudvikling, men de kan ikke forklare, hvordan eleverne skal bruge de konkrete materialer som led i en progression mod en dybere begrebsforståelse. På samme skole i *efter-TRACK-interviewet* kan vi se, at lærerne benytter et mere nuanceret fagsprog og en mere bevidst tilgang, når der tales om oversættelser mellem forskellige repræsentationer. En lærer siger efter at have været en del af TRACK-projektet:

"så noget praktisk, ja, nogle hverdagserfaringer de kan bruge eller trække på, og så det her med at tegne op, der er blokmodellen jo også god altså til at visualisere, hvordan vi deler noget op [...] ja, forskellige metoder, og det skal vi være opmærksomme på, at de ikke kun lærer den ene og kan bruge det i en sammenhæng, men at man

taler om alle de metoder, der er, og at det bliver koblet på noget visuelt eller hverdags-erfaring” (skole A, 32:32).

En anden lærer siger:

“... jeg var også sådan meget skeptisk over for bogen i starten, men jeg synes, at jeg synes jeg bliver gladere og gladere for den, og jeg bliver gladere og gladere for, at man visualiserer det så meget, hvor blokkene kan hjælpe børnene til og se det for sig, at se hvad er det for et problem, hvad er det vi skal prøve at løse, det synes jeg giver god mening” (skole A, 41:48).

Når vi sammenholder lærernes udtalelser fra projektets start i august 2018 med lærernes udtalelser i oktober 2020 ser vi, at effekterne af TRACK på lærerniveau er, at de deltagende lærere har fokus på at inddrage visualisering af matematiske begreber og problemer i undervisningen, samt at lærerne har fokus på oversættelser mellem forskellige repræsentationer. Vi ser også, at TRACK-lærere ikke længere beskriver instrumentelle tilgange i undervisningen.

6.2.4 Opsamling af udviklingen på lærerniveau på baggrund af interviews

Effekterne af TRACK på lærerniveau på baggrund af interviews foretaget før projektets start i august 2018 sammenholdt med interviews foretaget i oktober 2020 på to interventionsskoler viser først og fremmest, at lærerne som, har deltaget i TRACK-projektet, har fået et øget fokus på elevernes arbejdsproces og elevernes arbejde med afsæt i forståelsen frem for ureflekterede standardalgoritmer.

Desuden fremgår det også af interviewene, at lærerne har øget deres bevidsthed om betydningen af brugen af forskellige strategier; det kan for eksempel være at inddrage forskellige visualiseringsstrategier gennem tegning eller konkrete materialer. De viser derfor en øget og mere kompleks begrundelse for anvendelse af forskellige repræsentationer af matematikken ind i undervisningen. Det betyder, at lærerne i mindre grad lægger vægt på instrumentelle og memorede regnemetoder end tidligere og i større grad har lagt fokus på den konceptuelle forståelse som grund for det matematiske arbejde. Overordnet betyder det:

- at indsatslærere har fokus på processen i elevernes arbejde frem for resultaterne
- at indsatslærere har fokus på forståelse frem for algoritmer
- at indsatslærere har fokus på forskellige strategier og didaktiske tilgange, så alle børn er med i undervisningen
- at indsatslærere inddrager visualisering af begreber og problemstillinger i undervisningen
- at indsatslærere har fokus på oversættelser mellem forskellige repræsentationer
- at indsatslærere ikke længere beskriver instrumentelle tilgange i undervisningen

6.3 Resultater af TRACK på lærerniveau

Ser vi samlet på resultaterne, som vi har fundet på lærerniveau gennem både surveys og de kvalitative interviews, fremgår det, at majoriteten af lærerne oplever, at de har udviklet deres praksis gennem de sidste år, og at der er sket en ændring i lærernes begrundelser og udvikling i praksis. Én stor gruppe af lærerne har oplevet, at de har fået nye metoder og indsigter, som de kan bruge i undervisningen – jævnfør de afsluttende surveys. De føler også, at de blevet dygtigere matematiklærere og har fået nye faglige indsigter. Lærerne i indsatsgruppen ønsker desuden at forsætte arbejdet med elementerne i TRACK i de kommende skoleår, hvilket betyder, at elementerne – og dermed tilgangene – har for plantet sig ned i deres praksis, og de har fået ejerskab over elementerne.

Af de kvalitative interviews fremgik det desuden, at lærerne i højere grad har fokus på forståelsen af de matematiske begreber og operationer samt at vise disse gennem forskellige repræsentationer – eller visualisering. Overordnet var der positive forventninger til deltagelsen i projektet, og den positive tilgang til arbejdet med elementer var nærmest konstant gennem alle tre år. Desuden oplevede lærerne, at lederne bakkede op om projektet gennem årene. Før projektets start viste flere lærere en vis forbeholdenhed over for skoleledelsens engagement, men i løbet af projektet blev den stemning vendt.

7.0 Evaluering af TRACK på elevniveau

Evalueringen af projektet på elevniveau er, som allerede nævnt, vanskeliggjort af den manglende randomisering. Dataindsamlingen på elevniveau blev gennemført efter aftale med Syddjurs Kommune og Lemvig skoleforvaltninger. Endvidere blev forældrene informeret og bedt om at give tilsagn til deres barns deltagelse i projektet. Hvis der blev taget billeder eller optaget video, blev der desuden indsamlet yderligere accept af disse. Der blev både indsamlet kvantitative data gennem elevtest samt kvalitative data gennem observationer af undervisningen i de enkelte klasser. Afsættet for den nedenstående afrapportering af resultater vil primært være de indsamlede kvantitative data.

Først vil de forskellige forklarende baggrundsvariable brugt i den statistiske analyse blive beskrevet efterfulgt af en beskrivelse af udfaldsmålene i form af de udviklede matematiktest. Endvidere vil den anvendte statistiske model blive præsenteret. Afslutningsvis vil elevresultaterne blive gennemgået opdelt på klassetrin.

7.1 Forklarende variable i analysen

Som vist i afsnittet om de deltagende elever, lærere og skoler, er indsatsgruppen og kontrolgruppe forskellige på en række parametre. For at tage højde for disse forskelle har vi i analysen inddraget en række forklarende variable, der alle er målt før TRACK-projektets start.

7.1.2 Nationale test i dansk og matematik

De nationale test, som eleverne har deltaget i forud for TRACK-projektets start, indgår i analysen som forklarende variable. Vi benytter data fra nationale test i dansk fra 2. klasse og matematik fra 3. klasse. I dansk benytter vi de nationale test i dansk i 2. klasse. De profilområder, som blev målt i dansk-testen, er: sprogforståelse, afkodning og tekstforståelse. I matematik måles profilområderne tal og algebra, geometri samt statistik og sandsynlighed. Alle disse profilområder indgår som forklarende variable i analysen. Privatskolen, som deltog i projektet i indsatsgruppen, er fritaget fra at tage de nationale test, så vi har ikke den forklarende variable for elever på denne skole.

Vi ønskede desuden at bruge nationale test i 6. klasse som udfaldsmål, men COVID-19 har vanskeliggjort dette, da deltagelsen og udførelsen af disse blev forsinket med cirka to måneder; blandt andet fordi mange kommuner ansøgte om at blive fritaget grundet den manglende undervisning. Data fra disse udfaldsmål vil tidligst blive gjort tilgængelig af Styrelsen for It og Læring (STILL) i starten af 2022.

7.1.3 Socioøkonomiske data

For at kontrollere for variation i elevernes socioøkonomiske karakteristika i indsats- og kontrolgruppen er der anvendt registerdata fra Danmarks Statistik om elevens og forældrenes socioøkonomiske baggrund. For forældrene anvendes information om uddannelsesniveau, indkomstniveau, beskæftigelse og alder ved barnets fødsel. Se oversigten i Tabel 5, hvor disse er beskrevet. Desuden er elevens baggrundsinformation trukket fra Danmarks Statistik. For de elever, der deltog i projektet, er disse data tilgængelige på månedsbasis fra 3. klasse og hvert år derefter. Herudover er elevernes køn og etnicitet samt deres familiemæssige forhold blevet indhentet (fx bosiddende med begge forældre etc.).

7.1.4 Skoletrivsel

Skolerne trivselsmåling foretages hvert år fra 1. klasse til og med 9. klasse. Trivselsmålingen fra 4. klasse indgår i projektet. Trivselsmålingen er inddelt i fire underinddelinger: 1) social trivsel, 2) faglig trivsel, 3) støtte og inspiration samt 4) ro og orden. Det er vigtigt at understrege, at disse mål ikke er knyttet til faget matematik, men elevernes overordnede faglige trivsel. Desuden indgår elevernes fravær, herunder registreret sygdom, lovligt og ulovligt fravær. Disse mål er alle blevet præsenteret tidligere i Tabel 4 og 5 i afsnit 4.2.4.

7.2 Udfaldsmål

Effekten af indsatsen i TRACK beregnes ud fra de udviklede matematiktest præsenteret i nedenstående afsnit. Desuden vil De Nationale Test indgå som projektets udfaldsmål, når det er muligt at få adgang til disse gennem Styrelsen for Undervisning og Kvalitet (STUK), hvilket som nævnt er blevet sværere grundet COVID-19, og som under alle omstændigheder formentlig først er tilgængelig i primo 2022.

7.2.1 TRACK-test

I forbindelse med pilotafprøvningen af TRACK er der blevet udviklet en progressionstest med afsæt i en curriculum-based-measurement-tilgang (CBM). Sikringen af måleinstrumentets nøjagtighed har været et fokus igennem hele pilotfasen. Som nævnt tidligere stod den eksterne forskergruppe fra Helsinki Universitet med professor Pirjo Aunio for løbende at give feedback og evaluere testenes validitet og reliabilitet.

Evalueringen af testenes reliabilitet gennem den interne stabilitet (internal consistency reliability) inden for hver deltest-item er rapporteret ved Cronbach's Alpha. Denne er målt til overordnet at ligge på 0,93 ($n = 710$). De enkelte subskalaer lå mellem 0,80 og 0,87 (Sundede et al., upubliceret). Det skal dog understreges, at antallet af items inden for hver deltest har en positiv indvirkning på koefficienten, og det er derfor, at den samlede koefficient er høj, mens subskalaerne, som naturligvis indeholder færre items, vil score lavere. Det er dog altid en balance i overvejelserne over, hvor mange items der bør inddrages i en subskala, da flere items vil kræve længere test-tid, som vil gå fra undervisningstiden. Desuden er den strukturelle validitet blevet evalueret gennem en *Confirmatoric Faktor Analysis* (CFA), hvor items med en faktor-loading er blevet undersøgt i forhold til den underliggende latente variable inden for hver

test. Test-retest blev evalueret til at ligge på et acceptabelt niveau ($r=0,89$) (Sunde et al., upubliceret).

Testene blev valideret på to niveauer. Først en indholdsvalidering (content validity) foretaget af eksterne eksperter på læreruddannelsen og matematiklærerne i de klasser, hvor testen blev afprøvet. Dernæst blev der foretaget en såkaldt konvergent validering (convergent validity), hvor der blev foretaget en korrelationsanalyse mellem de udviklede test og andre matematiktest. Med andre ord; projektets udviklede test blev sammenlignet med eksisterende test inden for den danske kontekst. (De nationale tests delelementer var: tal og algebra, geometri og sandsynlighed og statistik fra Hogrefe MAT-test 4.)

Den divergente validitet blev evalueret gennem en analyse af korrelationen mellem TRACK-testen og Hogrefes Sætningslæseprøve 2. Overordnet viste korrelationerne mellem de udviklede TRACK-test og de andre matematiktest at ligge mellem 0,57 og 0,63 og korrelationen i den divergente validitetsevaluering viste 0,30. Hele evalueringen er beskrevet i en valideringsartikel (Sunde et al., upubliceret). Grundet den generelle opbygning og udvidelse af det danske curriculum gennem de tre år blev testene nødt til at blive tilpasset, så emnerne passede til de nye klassetrin. Således blev fx brøktesten udvidet, så den kom til at indeholde de sidste to repræsentationer (decimaltal og procenter) af rationale tal i 5. og 6. Klasses test. Testene blev derfor ændret fra at indeholde 4 profilområder i 4. klasse og til at indeholde tre profilområder i 5. og 6. klasse. Desuden blev testene ændret, så sværhedsgraden passede til hver af de tre klassetrin. Det skete for at undgå henholdsvis gulv- og lofteffekt. Disse små justeringer var mulige pga. pilotprojektets længde.

7.3 Statistisk model

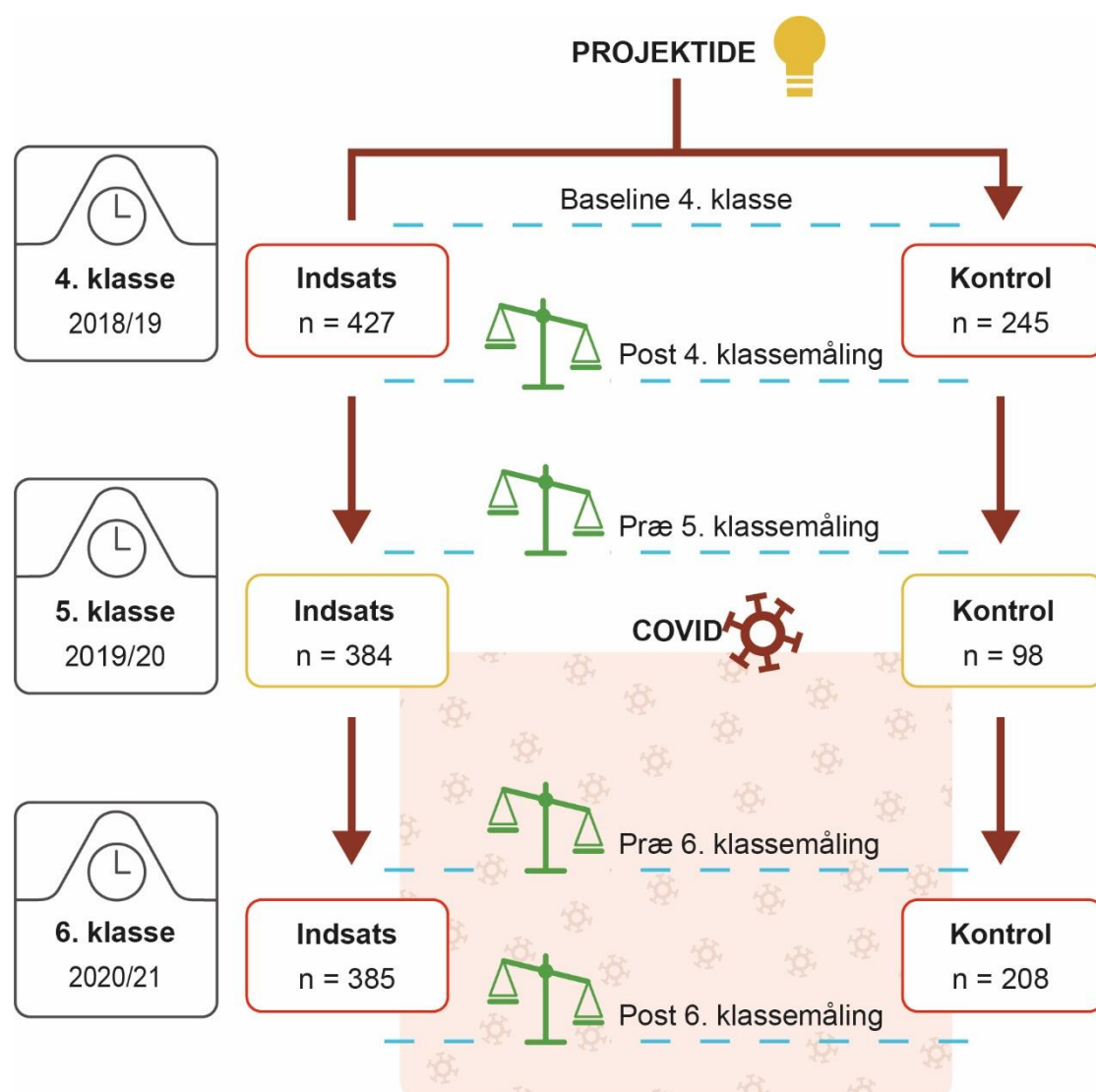
Effekterne på elevernes faglige resultater er estimeret i lineære regressioner. Idet vi har fem målingspunkter gennem de tre skoleår, vil der være et varierende antal observationer på grund af elevfravær eller skoleskift. Desuden blev kontrolgruppen reduceret i 5. klasse, da projektet skulle omstilles til at være et treårigt pilotprojekt. Se antal deltagende elever igennem de tre år i Figur 13. Derfor var det central at undersøge, om de manglede data var "missing at random" (MAR); altså manglede tilfældigt, så det fx ikke var alle de lavt præsterende, der ikke deltog i test. Vi analyserede derfor, om elevernes manglende besvarelser er missing at random i de fem målinger. Dette blev testet ved hjælp af Little's missing completely at random (MCAR) test.

Det er vigtigt at understrege, at det indeværende projekt er en mindre pilot med begrænset statistisk styrke, og derfor bør resultaterne primært betragtes som indikationer på mulige effekter. Det statistiske signifikansniveau er sat til $p<0,05$. I resultatafsnittet vil statistisk signifikante resultater blive markeret med en stjerne i tabeller.

Det er vigtigt at understrege, at der er en ubalancer mellem indsats- og kontrolgruppen grundet den manglende randomisering. Vi har forsøgt at kompensere for denne mangel i de lineære regressioner ved at inddrage og kontrollere for disse variable i regressionsmodellen. At inkludere de forklarende variable er yderligere en metode til at kompensere for den manglende randomisering mellem de to grupper. Den lineære regression opstilles ved følgende udtryk:

$$Y_{ij} = \alpha_j + \Delta Z_{ij} + X_{ij}\beta + \varepsilon_{ij}$$

Y , den afhængige variabel, betegner testscoren; det vil sige effekt på niveauet for testscoren. Indeks i angiver det enkelte barn, mens indeks j angiver skolen. α_j er således "fixed effects" på skoleniveau, hvilket tager højde for systematiske forskelle mellem skoler i modellen. Z er en indikator for at tilhøre indsatsgruppen. δ angiver den estimerede gennemsnitlige effekt af at være i indsatsgruppen på testscoren. X angiver de øvrige forklarende variable i modellen. Endelig angiver ε et residualled (fejllid).



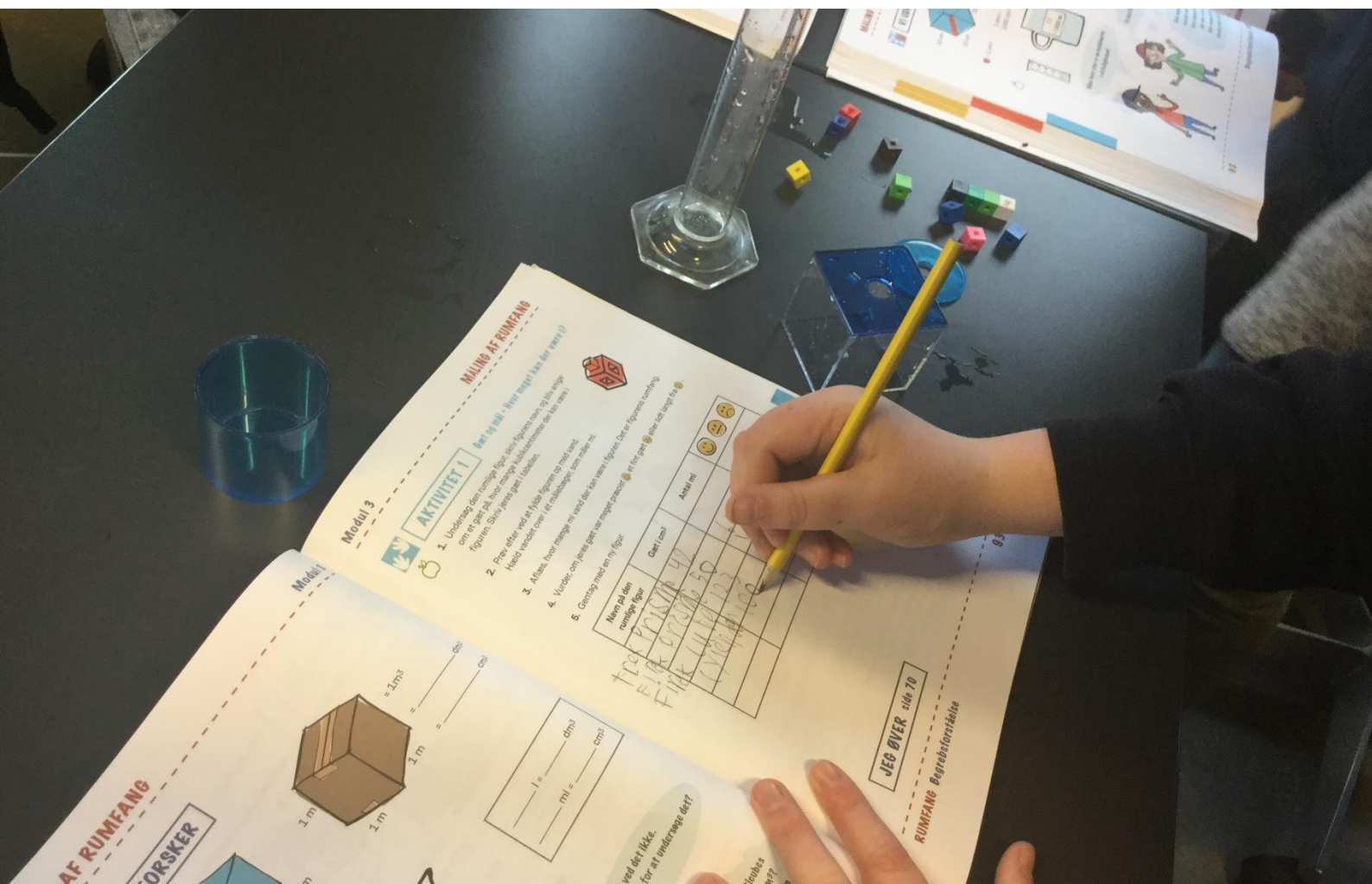
Figur 13 Antallet af elever som tog elevtestene gennem de tre klassetrin. Bemærk COVID-19-perioden med nedlukning samt at kontrolgruppen er mindre på 5. klassetrin

7.4 Resultater af TRACK på elevniveau

I dette afsnit præsenteres effekterne af TRACK på elevniveau. Som tidligere beskrevet betyder den manglende lodtrækning, at vi må tage forbehold for de estimerede effekter i denne pilot-afprøvning. Det ligger i sagens natur, at det vil være sådan i en pilotafprøvning.

Det er vigtigt at understrege, at særlige forhold har gjort sig gældende fra midten af 5. klasse til 6. klasse, da hjemsendelse og delvis lukning af skolerne på grund af COVID-19 pandemien medførte omlægninger af undervisningen i denne periode. Særlig den første nedlukning af skolerne fra marts til maj og den efterfølgende nødundervisning har betydet manglende undervisning i TRACK. Lærerne fik dog i løbet af 6. klasse omlagt deres undervisning og forsøgte efter bedste evne at omstille undervisningsprincipperne til også at fungere online i løbet af 6. Klasse. Se eventuel tidligere afsnit 6.1.5 for yderligere indblik i betydningen af nedlukning og omlægning af undervisningen set fra lærerperspektivet. Vi præsenterer resultaterne for de faglige udfald på de faglige test opdelt på klassetrin.

Som tidligere nævnt blev de manglende test-besvarelser analyseret i en Little's MCAR-test. Den viste, at de manglede data fra eleverne kunne ansues som missing at random $\chi^2(16) = 21,88$, $p = 0,15$.



4. klasseniveau (forår)

De fire udfaldsmål for 4. klasse var: problemregning, algebra, aritmetik og brøker.

Tabel 14 viser forskellene mellem kontrol- og indsatsgruppen på hvert af de fire udfaldsmål. Hvilket betyder at de afrapporterede resultater skal ses som forskellene i elevernes udvikling i når de to grupper sammenlignes

Det fremgår, at forskellene mellem grupperne i problemregning og brøker er statistisk signifikante ($p < .05$), mens der ikke er fundet signifikante forskelle mellem indsats- og kontrolgruppens i aritmetik og algebra. Algebra er dog tæt på at være signifikant. Den lille effekt for aritmetik kan dermed være udtryk for tilfældige forskelle imellem grupperne, som kan skyldes tilfældigheder. Det er dog samtidigt væsentligt at påpege, at årsagen til den manglende signifikans muligvis kan findes i den lave statistiske styrke i pilotafprøvningen.

Det er derfor vigtigt at påpege, at der er påvist positive forskelle til fordel for TRACK-indsatsgruppen inden for alle fire områder.

Tabel 14 Resultaterne for hvert af de fire udfaldsmål i foråret 4. klasse

	Forår 4. klasse			
	Problemregning	Algebra	Aritmetik	Brøker
TRACK-indsats	9,15*	5,86	2,96	13,93*
	(3,80)	(2,91)	(5,61)	(2,02)
Observationer	644	607	624	618

Det ville også være interessant at undersøge om der er bestemte grupper af elever, som har særligt stor gavn af TRACK; fx tosprogede elever eller elever i matematikvanskeligheder, men disse grupper er for små til en egentlig statistisk analyse i den indeværende pilot.

5. klasseniveau (efterår)

Da testene ikke blev gennemført i foråret for 5. klasse på grund af COVID-19, er det vanskeligt at rapportere noget meningsfyldt for dette skoleår. Desuden blev pilotprojektet forlænget, hvilket gjorde, at der skulle indhentes nye tilsagn til at deltage et år mere. Dette var særligt vanskeligt i kontrolgruppen, hvilket gjorde, at den blev kraftigt reduceret, hvorved deltagerne i kontrolgruppen, der tog testene i efteråret, var mere end halveret. Derfor er styrken også reduceret. Som tidligere nævnt blev TRACK-testene ændret mellem 4. og 5. klasse, således at testene fulgte udviklingen af stofområderne i det danske curriculum. Der findes kun en enkelt signifikant positiv effekt, og en enkelt effekt er negativ og ikke så langt fra at være signifikant (Se Tabel 15). Det kan skyldes, at testene indeholder nye områder for eleverne, hvor alle elevgrupper i større grad vil have det samme udgangspunkt, da emnerne ikke har været gennemgået fyldestgørende endnu. Det bør dog understreges, at den viste tilbagegang efter sommerferien viser vigtigheden af at følge effekten af TRACK-indsatsen over tid, da den positive effekt af indsatsen synes at være svær at bibeholde over tid hos eleverne særligt over en

sommerferie, hvilket tidligere longitudinale studier inden for matematik også har vist (fx Aunio et al., 2005). Spørgsmålet er, om indsatsgruppens elever på den videre bane hurtigere kan genkalde det tidligere indlærte sammenlignet med kontrolgruppen.

Tabel 15 Resultaterne for hvert af de tre udfaldsmål i efteråret 5. klasse

	Efterår 5. klasse		
	Problemregning	Naturlige tal	Rationale tal
TRACK-indsats	0,38 (1,14)	-3,53 (2,04)	4,53* (1,27)
Observationer	452	473	470

Testene blev ikke afholdt i foråret i 5. klasse, på grund af den første COVID-19-nedlukning. Det var et valg projektledelsen tog i samarbejde med lærerne. Mange skoler havde ikke almindelig undervisning under første nedlukning, og det meste undervisning blev foretaget på mindre hold, hvilket yderligere komplicerede afholdelse af testene.

6. klasseniveau (efterår)

Tabel 16 viser effekterne for hhv. problemregning, naturlige tal og rationale tal i 6. klasse. Som det fremgår, findes ingen signifikante effekter i starten af 6. klasse. Dog ses stadig en stor positiv tendens, når vi ser på udviklingen inden for de rationale tal, som vi også så i 4. klasse. Der er dog også en ikke signifikant negativ effekt for naturlige tal.

Tabel 16 Resultaterne for hvert af de tre udfaldsmål i efteråret 6. klasse

	Efterår 6. klasse		
	Problemregning	Naturlige tal	Rationale tal
TRACK-indsats	2,74 (3,35)	-5,31 (4,58)	6,27 (3,61)
Observationer	531	579	547

Forklaringerne på, at tendenserne vi fandt i 4. klasse ikke længere er signifikante i starten af 6. klasse, kan være mange. Men der gør sig som tidligere beskrevet særlig forhold gældende i denne periode pga. COVID-19. Testene blev taget lige efter sommerferien 2020, hvor afslutningen af det foregående skoleår var præget af skolenedlukning og nødundervisning. Dette indebærer, at mange elever blev undervist i mindre grupper og ikke nødvendigvis havde matematik i foråret 2019. Det er derfor sporadisk, hvor meget der blev arbejdet med TRACK – særligt under den første nedlukning (se afsnit 6.1.5). Betydningen af den socioøkonomiske forskel har vist sig at slå særligt igennem på elevernes læring under nedlukningen (Engzell et

al., 2021). Som beskrevet er der stor forskel mellem indsats- og kontrolgruppens socio-økonomiske baggrund i kontrolgruppens favør (se sektion 4.2.3). Dette kan måske bidrage til at forklare, hvorfor vi ikke finder nogen effekt af TRACK lige efter sommerferien i 6. klasse. Det kan dog også skyldes den samme tendens som vi fandt opstarten af 5. klasse, hvor vi så, at indsatsgruppens elever også viste en tilbagegang.

6. klasseniveau (forår)

I slutningen af 6. klasse ser vi signifikante forskelle i indsats- og kontrolgruppens resultater inden for problemregning og rationale tal, selvom også dette skoleår var præget af nedlukning. I problemregning var indsatsgruppen 7,03 point bedre end kontrolgruppen, og inden for de rationale tal var indsatsgruppen 7,40 point bedre. Der er ingen signifikant forskel inden for de naturlige tal – men en lille negativ forskel, hvilket kan indikere, at kontrolgruppen inden for dette område stadig er lidt bedre end indsatsgruppen, men forskellen er som nævnt ikke signifikant.

Tabel 17 Resultaterne for hvert af de tre udfaldsmål i foråret 6. klasse

	Forår 6. klasse		
	Problemregning	Naturlige tal	Rationale tal
TRACK-indsats	7,03*	-1,40	7,40*
	(3,23)	(3,08)	(2,47)
Observationer	557	579	560

Under anden nedlukning var lærerne i større grad forberedte på at omlægge deres undervisning til online, og tendenserne og udviklingen, vi fandt i løbet af 4. klasse, synes at blive gentaget. Her viser det sig igen, at særligt indsatsgruppen har en signifikant bedre udvikling inden for problemregning og rationale tal, herunder brøker, mens der stadig ikke findes effekt for naturlige tal. Overordnet gennem den treårige projektperiode synes det således at være de rationale tal, herunder brøker, decimaltal og procent, som er det område, hvor eleverne i indsatsgruppen forbedrer sig inden for. Inden for problemregning klarer indsatsgruppen sig også bedre.

8.0 Diskussion og begrænsning af analyse

Evalueringen af projektet på lærerniveau er, at TRACK har fastholdt lærernes høje positive forventninger til TRACK-deltagelse gennem hele projektet. Desuden viser undersøgelsen, at indsatsgruppelærere vurderer værdien af TRACK-elementerne højt som læremiddel, og de ønsker dermed også at bruge dem i fremtiden. De valgte derfor at forsætte arbejdet med materialerne og elementerne i de efterfølgende klasser, som kom op på mellemtrinnet. Dog vurderede lærerne elementerne knap så højt som understøtning og aktivitetsfremmende over for elever, der har det svært med matematik. Om TRACK-elementer også har en positiv effekt på de lavt præsterende elever i matematik og giver dem et større fagligt løft end i kontrolgruppen kræver en større RCT-undersøgelse, da det ikke er muligt at sige noget signifikant på sub-gruppeniveau med det begrænsede antal af deltagende elever. Sammenligner vi indsatsgruppens lærere og kontrolgruppens lærers evaluering af deres faglige udvikling gennem de sidste år, ser vi en klar forskel, hvor en klart større procentdel af indsatsgruppens lærere mener, at de har udviklet deres undervisning og fået en større faglig indsigt inden for de sidste år. Desuden mener 86 procent af indsatslærerne, at de har indsigt i nye undervisningsmetoder, som kan bruges mod 30 procent i kontrolgruppen. Igen bør det dog understreges, at det blot er tendenser på grund af pilotprojektets begrænsede omfang af deltagende lærere.

Af de kvalitative interviews fremgik det, at der var sket en udvikling, hvor lærere efter deltagelse i TRACK-projektet viste et øget fokus på processen i elevernes arbejde frem for resultaterne samt et øget fokus på forståelsen af de matematiske operationer frem for memorede standard-algoritmer. Med andre ord; et øget fokus på den konceptuelle forståelse, som også var i centrum i arbejdet med emnerne på tværs i det singaporeanske curriculum (Ginsburg et al., 2005). Desuden fremgik det, at der var et øget fokus på betydningen af visualiseringer af de matematiske begreber, problemer og operationer. Dette øgede fokus kan ses som funderet i de udvalgte elementer fra Singapore curriculum, hvor forskellige modeller er udviklet til netop at vise de matematiske problemer gennem fx en struktureret CPA-sekvens gående fra konkrete repræsentationer over de ikoniske repræsentation (fx tegning), før de helt abstrakte repræsentationer anvendes.

De afledte resultater af TRACK på elevside kan overordnet betegnes som positive. Dog er der en tendens til, at TRACK ikke har nogen synlig eller dokumenteret effekt på elevernes udvikling inden for de naturlige tal. Inden projektet gik i gang, var eleverne i indsatsgruppen signifikant dårligere end eleverne i kontrolgruppen inden for netop dette område. Og denne forskel ser ikke ud til at blive mindre gennem skoleårene. Årsagerne til, hvorfor der ikke finder en udvikling sted inden for dette område, kan være mange. Måske startede niveauet inden for heltals aritmetik i indsatsen for højt grundet det faglige efterslæb på området, eller årsagen kan være, at det netop er svært at ændre elevernes forståelse på et område, hvor de allerede har en vel-etableret "forståelse" og måde at gøre tingene på.

Indsatsen startede med multiplikations- og divisionsstrategier, og måske skulle den være startet med additions- og subtraktionsstrategier, da disse ikke var ordentlig indlært. I opstartskurserne i fjerde klasse var evalueringen på lærerkurserne da også, at materialet var for svært, selvom det var tilpasset det faglige niveau fundet i danske matematikbøger for 4. klasse. TRACK-materialet blev derfor evalueret til de efterfølgende klassetrin, så der blev et styrket fokus på additions- og subtraktionsstrategier, så afsættet for forståelsen af de multiplikative principper blev styrket for de klasser, som efterfølgende kom til at arbejde med materialet, fordi lærerne ønskede at fortsætte arbejdet med TRACK-elementerne for de nye klasser på mellemtrinnet. Inden skoleåret 2020/2021 blev materialet for 4. og 5. klasse derfor rettet igennem blandt andet efter lærernes spørgsmål og kommentarer, og den største ændring var således, at der blev lavet et selvstændigt første kapitel om blokmodellen til addition og subtraktion.

Til gengæld viser eleverne markante udviklingsforskelle, når det gælder problemregning og rationale tal, hvor indsatsgruppen klarer sig markant bedre end kontrolgruppen. Særlig forskellen i udviklingen inden for de rationale tal synes at være konstant gennem alle tre år. Dette er bemærkelsesværdig, da forståelsen af rationale tal har vist sig at være central i den videre udvikling af mere abstrakte matematiske begreber (Booth & Newton, 2012; Siegler et al., 2012). Overordnet kan vi konkludere at TRACK projektets pilot del har haft en positiv effekt på lærernes udvikling i form af større fokus på det fagdidaktiske indhold og en struktureret brug af repræsentationer. Effekten ses ligeledes på elevernes udbytte især på brøker og problemløsning. TRACK-indsatsen er således klar til en eventuel større national udrulning i form af et RCT-forsøg.

Litteratur

- Aunio, P., Hautamäki, J., & Van Luit, J. E. H. (2005). Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20(2), 131–146. <https://doi.org/10.1080/08856250500055578>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Booth, J. L., & Newton, K. J. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper's doorman? *Contemporary Educational Psychology*, 37(4), 247–253. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.07.001>
- Børne- og Undervisningsnisteriet. (2017). 92 procent af en ungdomsårgang ventes at tage mindst en ungdomsuddannelse. <https://www.uvm.dk/aktuelt/nyheder/uvm/stat/2017/jan/170114>
- Brinkmann, S. (2014). *Det kvalitative interview*. Hans Reitzel.
- Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Belkapp Press.
- Bundsgaard, J., & Kreiner, S. (2019). *Undersøgelse af De Nationale Tests måleegenskaber*. https://dpu.au.dk/fileadmin/edu/Udgivelser/Rapporter/Ebog_-_Nationale_tests_maaleegenskaber.pdf
- Christ, T. J., Scullin, S., Tolbize, A., Jiban, C. L., Scullin, S., Tolbize, A., & Jiban, C. L. (2008). Implications of Recent Research: Curriculum-Based Measurement of Math Computation. *Assessment for Effective Intervention*, 33(4), 198–205. <https://doi.org/10.1177/1534508407313480>
- Creswell, J. W., & Clark, V. L. P. (2007). *Designing and conducting mixed methods research*. Sage Publications, Inc.
- Danmarks Evalueringsinstitut. (2018). *Uddannelsesparathedsvurderingen 2018*. [https://www.eva.dk/sites/eva/files/2018-09/Uddannelsesparathedsvurderingen 2018.pdf](https://www.eva.dk/sites/eva/files/2018-09/Uddannelsesparathedsvurderingen%202018.pdf)
- Deno, S. L. (2003). Developments in Curriculum-Based Measurement. *The Journal of Special Education*, 37(3), 184–192.
- Engzell, P., Frey, A., & Verhagen, M. D. (2021). Learning loss due to school closures during the COVID-19 pandemic. *PNAS*, 118(17), 1–7. <https://doi.org/10.1073/pnas.2022376118/-/DCSupplemental.y>
- Epinion. (2020). *Analyse af karakteristika ved højt- og lavtpresterende skoler*. file:///C:/Users/pelp/Desktop/200603-Rapport-Analyse-af-karakteristika-ved-hoejt-og-lavtpreasterende-skoler-ua.pdf
- Fan, L., & Zhu, Y. (2007). From convergence to divergence: The development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore. *ZDM Mathematics Education*, 39, 491–501. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0044-1>
- Foong, P. Y. (2009). Review of research on mathematical problem solving in Singapore. I K. Y. Wong, P. Y. Lee, B. Kaur, P. Y. Foong, & S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: The Singapore journey* (pp. 263–300). World Scientific.

- Fuchs, L. S., & Deno, S. L. (1994). Must Instructionally Useful Performance Assessment Be Based in the Curriculum? *Exceptional Children*, 61(1), 15–24. <https://doi.org/10.1177/001440299406100103>
- Ginsburg, A., Leinwand, S., Anstrom, T., Pollock, E., & Witt, E. (2005). *What the United States Can Learn From Singapore's World-Class Mathematics System (and what Singapore can learn from the United States): An Exploratory Study*. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED491632.pdf>
- Guskey, T. R. (2002). Does it make a difference? Evaluating professional development. *Educational Leadership*, 59(6), 45–51. https://uknowledge.uky.edu/edp_facpub/7
- Hall, J., Lindorff, A., & Sammons, P. (2016). *Evaluation of the Impact and Implementation of Inspire Maths in Year 1 Classrooms in England Findings from a Mixed-Method Randomised Control Trial*.
- Hansen, T. I., Elf, N., Misfeldt, M., Gissel, S. T., & Lindhardt, B. (2020). *Kvalitet i dansk og matematik. Et lodtrækningsforsøg med fokus på undersøgelsesorienteret dansk- og matematikundervisning*. <https://laeremiddel.dk/ny-rapport-kidm-skaber-resultater-i-klassevaerelset/>
- Hiebert, J. E., & LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. I J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates, Inc. <https://books.google.dk/books?id=yUyBAAAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=Conceptualand+Procedural+Knowledge:+the+Case+of+Mathematics&hl=da&sa=X&ved=2ahUKEwjgqNHgjeTtAhVTBhAIHYinCSIQ6AEwAHoECAIQAg#v=onepage&q=Conceptualand+Procedural+Knowledge%3A+the+Case+of+M>
- Hoadley, U. (2010). *What do we know about teaching and learning in primary schools in South Africa?* Appendix B to Van der Berg, S., H. Meyer, C. Reeves, C. van Wyk, U. Hoadley, M. Bot & P. Armstrong. *Grade 3 Improvement Project: Main report and Recommendations*.
- Hoadley, U. (2012). What do we know about teaching and learning in South African primary schools? *Education as Change*, 16(2), 187–202. Unisa Press. <https://doi.org/10.1080/16823206.2012.745725>
- Kelly, A. E. (2004). Design research in education: Yes, but is it methodological? *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 115–128. <https://www.jstor.org/stable/1466935>
- Kommunernes Landsforening. (2017). *Arbejdsudbud og rekruttering i kommunerne 2017*. <https://www.dlf.org/media/10705275/kl-arbejdsudbud-og-rekruttering-2017.pdf>
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Interview: Det kvalitative forskningsinterview som håndværk*. 3. udgave. Hans Reitzel.
- Lindenskov, L. (2020). *Elever i matematikvanskeligheder*. EMU. <https://emu.dk/grundskole/matematik/faglige-udfordringer/elever-i-matematikvanskeligheder>
- Ministry of Education, Singapore. (2012). *Mathematics Syllabus Primary One to Six*. Curriculum Planning and Development Division. https://www.moe.gov.sg/-/media/files/primary/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf?la=en&hash=B401E761C0BFC490279883CCE4826924CD455F97

- Mogensen, A., Nielsen, B. L., & Sillasen, M. K. (2015). Processer der forandrer - fagteamsamarbejde efter QUEST-modellen. *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2015(1), 24–48. <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/3629>
- Morin, L. L., Watson, S. M. R., Hester, P., & Raver, S. (2017). The Use of a Bar Model Drawing to Teach Word Problem Solving to Students with Mathematics Difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 40(2), 91–104. <https://doi.org/10.1177/0731948717690116>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-results/%0A>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. (Boston (Ed.)). Boston College.
- Naroth, C., & Luneta, K. (2015). Implementing the Singapore mathematics curriculum in South Africa: Experiences of foundation phase teachers. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 19(3), 267–277. <https://doi.org/10.1080/10288457.2015.1089675>
- Ng, S. F., & Lee, K. (2009a). Model method: A visual tool to support algebra word problem solving at the primary level. I K. Y. Wong, P. Y. Lee, B. Kaur, P. Y. Fong, & S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: The Singapore journey* (pp. 169–203). World Scientific.
- Ng, S. F., & Lee, K. (2009b). The Model Method: Singapore Children' s Tool for Representing and Solving Algebraic Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 282–313. <http://www.jstor.org/stable/40539338>
- Nielsen, B. L., Pontoppidan, B. S., Sillasen, M. K., Mogensen, A., & Nielsen, K. (2013). QUEST: Et storskalaprojekt til udvikling af naturfagsundervisning. *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2, 49–66. <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/36034>
- OECD. (2016). *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*. OECD Publishing. <https://doi.org/https://doi.org/10.1787/9789264266490-en>
- OECD. (2019). *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*. OECD Publishing. <https://doi.org/https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>
- Petersen, M. B. (2010). Indekskonstruktion. In L. B. Andersen, K. M. Hansen, & R. Klemmensen (Eds.), *Metoder i statskundskab* (pp. 393–413). Hans Reitzels Forlag.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- Powell, T. L. (2014). *A comparative analysis of the Singapore math curriculum and the everyday mathematics curriculum on fifth grade achievement in a large Northeastern urban public school district* [Seton Hall University]. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1787/9789264266490-en>
- Reynolds, J. M. (2015). *Singapore Math: A Longitudinal Study of Singapore Math in One School District from 2007 to 2012* [Lindenwood University]. https://media.proquest.com/media/hms/ORIG/2/YXoil?_s=XLfLGliEKFrEutFnjvNvNjBufno%3D
- Sharp, E., & Shih Dennis, M. (2017). Model Drawing Strategy for Fraction Word Problem Solving of Fourth-Grade Students With Learning Disabilities. *Remedial and Special Education*, 38(3), 181–192. <https://doi.org/10.1177/0741932516678823>
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691–697. <https://doi.org/10.1177/0956797612440101>
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Eds.), *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (pp. 143–158). L&R Uddannelse.
- Styrelsen for It og Læring. (2019). *Grundskole*. <https://uddannelsesstatistik.dk/Pages/grundskolen.aspx>
- Sunde, P., Pedersen, P. L., Korhonen, J. G., Hakkarainen, A. M., & Aunio, P. (upubliceret). Validity and Reliability Evidence of a Computerised Curriculum-Based Measurement in Mathematics for Fourth Graders. 1–35. Manuskript under forberedelse.
- Sunde, P., Jóelsdóttir, L., & Pedersen, P. (2020). Blokmodellen: En overset repræsentation i dansk matematikundervisning? *MONA – Matematik – Og Naturfagsdidaktik*, 2020(2), 23–46. <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/120783>
- Undervisningsministeriet. (2015). *Forenklede Fælles Mål 2014*.
- Undervisningsministeriet. (2019). *Fælles Mål 2019*. https://emu.dk/sites/default/files/2020-09/GSK_FællesMål_Matematik.pdf
- Wahlgren, B. (2009). *Transfer mellem uddannelse og arbejde*. https://nck.au.dk/fileadmin/nck/Opgave_2.5/Transfer_mellem_uddannelse_og_arbejde._Med_summary._Haefte.pdf